

ALEXANDRE MENDONÇA DE SOUZA

**IDENTIFICAÇÃO DE TUMORES CEREBRAIS POR
MEIO DO MODELO DE CONTORNOS ATIVOS E
ALGORITMOS GENÉTICOS**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Informática, Curso de Pós-Graduação em Informática do Setor de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Klaus de Geus

CURITIBA

2003



Ministério da Educação
Universidade Federal do Paraná
Mestrado em Informática



PARECER

Nós, abaixo assinados, membros da Banca Examinadora da defesa de Dissertação de Mestrado em Informática, do aluno Alexandre Mendonça de Souza, avaliamos o trabalho intitulado, "*Identificação de tumores cerebrais por meio do modelo de contornos ativos e algoritmos genéticos*", cuja defesa foi realizada no dia 26 de setembro de 2003, às quatorze horas, no Anfiteatro B do Setor de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná. Após a avaliação, decidimos pela aprovação do candidato.

Curitiba, 26 de setembro de 2003.

Prof. Dr. Klaus de Geus
DINF/UFPR - Orientador

Prof. Dr. Alexandre Xavier Falcão
UNICAMP – Membro Externo

Prof. Dr. André Pires Guedes
DINF/UFPR – Membro Interno

A minha família e a Michelli.

AGRADECIMENTOS

A estar vivo.

Ao Klaus de Geus, por sua orientação, discussões e apoio contribuindo de maneira indubitável para meu crescimento científico e pessoal.

Ao Dr. Arnolfo Carvalho Neto, do DAPI, pela colaboração na área médica.

Aos "*kids*", Cássio, Cilas, Henrique e Flávio pela troca de informações e experiências durante a realização deste trabalho.

A todos os amigos da Copel, entre eles, a Mônica, a Cleusa e o Cláudio, pelo apoio moral e convites às festas, inclusive as que meu ausentei.

Ao Beraldi por sempre compreender a importância do mestrado.

E a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização e divulgação deste trabalho.

ISMALIA

Alphonsus de Guimaraens
(poeta mineiro)

Quando Ismalia enlouqueceu,
Pôs-se na torre a sonhar...
Viu uma lua no céu,
Viu outra lua no mar.

No sonho em que se perdeu,
Banhrou-se toda em luar...
Queria subir ao céu,
Queria descer ao mar...

E, no desvario seu,
Na torre pôs-se a cantar...
Estava perto do céu,
Estava longe do mar...

E como um anjo pendeu
As asas para voar...
Queria a lua do céu,
Queria a lua do mar...

As asas que Deus lhe deu
Ruflaram de par em par...
Sua alma subiu ao céu,
Seu corpo desceu ao mar...

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABELAS	xii
RESUMO.....	xiii
ABSTRACT.....	xiv
1 INTRODUÇÃO	1
2 ALGORITMOS GENÉTICOS	3
2.1 REPRESENTAÇÃO E CODIFICAÇÃO DE UM AG	4
2.1.1 Codificação Binária	5
2.1.2 Codificação Gray	6
2.1.3 Codificação não Binária	7
2.2 ESTRUTURA DE UM AG	7
2.3 POPULAÇÃO.....	8
2.4 AVALIAÇÃO DE APTIDÃO	8
2.5 OPERADORES GENÉTICOS.....	9
2.5.1 Reprodução ou Seleção.....	9
2.5.2 Cruzamento.....	10
2.5.3 Mutação	12
2.6 MELHORIAS EM ALGORITMOS GENÉTICOS.....	12
2.7 EXEMPLO DE UTILIZAÇÃO DE UM AG	14
3 SNAKES - MODELO DE CONTORNOS ATIVOS	16
3.1 REPRESENTAÇÃO PARAMÉTRICA DE CURVAS	17
3.1.1 Curvas Paramétricas Cúbicas.....	18
3.1.2 Curvas de Bézier.....	19
3.1.3 Curvas <i>B-Spline</i>	21
3.2 REPRESENTAÇÃO DE SNAKES	23
3.3 ENERGIA INTERNA	24

3.4	ENERGIA EXTERNA OU DA IMAGEM	25
3.5	MINIMIZAÇÃO DA ENERGIA NO MODELO TRADICIONAL	26
3.6	DISCRETIZAÇÃO DO MODELO TRADICIONAL POR MEIO DE DIFERENÇAS FINITAS	27
3.7	LIMITAÇÕES DO MODELO TRADICIONAL	29
3.8	MELHORIAS AO MODELO TRADICIONAL	32
3.8.1	Programação Dinâmica	32
3.8.2	Modelo <i>Balloon</i>	34
3.8.3	Modelo <i>Gradient Vector Flow</i> (GVF)	36
3.8.4	Modelos Topológicos	39
3.8.5	Modelo <i>Dual-Snake</i>	42
3.8.6	Modelo <i>Dual-T-Snake</i>	43
3.8.7	Modelo Genético <i>Genetical-Snakes</i>	44
3.8.8	<i>B-Snakes</i>	46
3.8.9	Outros modelos	47
4	SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS MÉDICAS	51
4.1	AQUISIÇÃO DE DADOS POR RESSONÂNCIA MAGNÉTICA	51
4.2	O PADRÃO DICOM PARA A MANIPULAÇÃO DE IMAGENS MÉDICAS	53
4.3	APLICAÇÃO DE SNAKES NA SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS MÉDICAS	53
4.4	ESCOLHA DE UM MODELO ADEQUADO DE SNAKES PARA A SEGMENTAÇÃO DE TUMORES CEREBRAIS	56
4.4.1	Autonomia ou Controle	56
4.4.2	Generalidade ou Especificidade	57
4.4.3	Compacidade, Cobertura Geométrica ou Flexibilidade Topológica	57
4.4.4	Curva ou Superfície	58
4.4.5	Precisão e Poder Quantitativo	58
4.4.6	Robustez	58
4.4.7	Conclusões	59

5 ALGORITMOS GÉNETICOS E SNAKES NA IDENTIFICAÇÃO DE TUMORES CEREBRAIS.....	61
5.1 DESENVOLVIMENTO DE UM PROTÓTIPO.....	62
5.2 FERRAMENTAS UTILIZADAS	63
5.3 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO TRADICIONAL DE SNAKES.....	64
5.3.1 Experimentos com Imagens sem Ruído.....	66
5.3.2 Experimentos com Imagens com Ruído.....	69
5.4 IMPLEMENTAÇÃO DO AG	73
5.4.1 Representação do Indivíduo	73
5.4.2 Operadores Genéticos	74
5.4.3 Função de Avaliação.....	76
5.4.4 Melhorias em AG	76
5.4.5 Experimentos com AG	77
5.5 EXPERIMENTOS NA IDENTIFICAÇÃO DE TUMORES CEREBRAIS.....	81
5.5.1 Experimento nº1.....	82
5.5.2 Experimento nº2.....	84
5.5.3 Experimento nº3.....	86
6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	87
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	91

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 - REPRESENTAÇÃO DE UM INDIVÍDUO.....	5
FIGURA 2.2 - ESTRUTURA DE UM ALGORITMO GENÉTICO SIMPLES.....	7
FIGURA 2.3 - SELEÇÃO POR ROLETA.....	10
FIGURA 2.4 - EXEMPLO DE OPERAÇÕES DE CRUZAMENTO E MUTAÇÃO	11
FIGURA 3.1 - CURVAS DE BÉZIER.....	20
FIGURA 3.2 - <i>B-SPLINE</i> CÚBICA.....	21
FIGURA 3.3 - REPRESENTAÇÃO DA RIGIDEZ DA CURVA.....	24
FIGURA 3.4 - MINIMIZAÇÃO E MAXIMIZAÇÃO DA ENERGIA EXTERNA.....	26
FIGURA 3.5 - MÍNIMAS E MÁXIMAS PARA UMA FUNÇÃO ESCALAR $E(X)$	30
FIGURA 3.6 - (A) CONVERGÊNCIA DA <i>SNAKE</i> USANDO (B) FORÇAS POTENCIAS DO MODELO TRADICIONAL E (C) A AMPLIAÇÃO NA ÁREA DA CONCAVIDADE	31
FIGURA 3.7 – CONJUNTO DE DECISÕES PARA O MÉTODO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ($M=9$). AS DUAS LINHAS CURVAS INDICAM A POSIÇÃO DE ENERGIA MÍNIMA PARA A ITERAÇÃO CORRENTE.....	34
FIGURA 3.8 - (A) CONVERGÊNCIA DA <i>SNAKE</i> USANDO (B) O MODELO DE FORÇAS <i>BALLON</i> E (C) A AMPLIAÇÃO NA ÁREA DA CONCAVIDADE.....	36
FIGURA 3.9 - (A) CONVERGÊNCIA DA <i>SNAKE</i> USANDO (B) AS FORÇAS EXTERNAS <i>GVF</i> E (C) A AMPLIAÇÃO NA ÁREA DA CONCAVIDADE.....	37
FIGURA 3.10 - APROXIMAÇÃO SIMPLICIAL DO CONTORNO UTILIZANDO A TRIANGULAÇÃO FREUDENTHAL	40
FIGURA 3.11 - PROCESSO DE REPARAMETRIZAÇÃO DE UM CONTORNO	41
FIGURA 3.12 – INICIALIZAÇÃO DA <i>SNAKE</i> GENÉTICA.....	45

FIGURA 3.13 - (A) PADRÃO DE BUSCA NO MODELO <i>GREEDY</i> E (B)	
PADRÃO DE BUSCA NO MODELO <i>FAST GREEDY</i>	48
FIGURA 4.1 - EXEMPLO DE IMAGENS OBTIDAS POR MRI. (A) CORTE	
AXIAL, (B) CORTE SAGITAL, (C) CORTE CORONAL	53
FIGURA 5.1 - DIAGRAMA SIMPLIFICADO DO MODELO PROPOSTO	63
FIGURA 5.2 - PSEUDOCÓDIGO DO PROCESSO DE DEFORMAÇÃO DA	
<i>SNAKE</i>	65
FIGURA 5.3 - OBJETOS UTILIZADOS NOS EXPERIMENTOS INICIAIS	
ENVOLVENDO <i>SNAKES</i>	67
FIGURA 5.4 - RESULTADOS OBTIDOS NOS EXPERIMENTOS SEM RUÍDO	
REFERENTES AOS OBJETOS DA FIGURA 5.3	67
FIGURA 5.5 - EXEMPLOS DE CONTORNOS INICIAIS DA <i>SNAKE</i>	
APLICADOS AOS OBJETOS DA FIGURA 5.3.....	68
FIGURA 5.6 - EXEMPLO DA IMAGEM 5.3.C SUBMETIDA AOS 3 NÍVEIS DE	
RUÍDO	69
FIGURA 5.7 - RESULTADOS OBTIDOS NA IDENTIFICAÇÃO DAS	
ESTRUTURAS DA FIGURA 5.3 COM ADIÇÃO DE RUÍDO E	
CONTORNO INICIAL DISTANTE. EM AZUL O CONTORNO	
INICIAL E EM VERMELHO O RESULTADO DA <i>SNAKE</i>	71
FIGURA 5.8 - RESULTADOS OBTIDOS NA IDENTIFICAÇÃO DAS	
ESTRUTURAS DA FIGURA 5.3 COM ADIÇÃO DE RUÍDO E	
CONTORNO INICIAL PRÓXIMO. EM AZUL O CONTORNO	
INICIAL E EM VERMELHO O RESULTADO DA <i>SNAKE</i>	72
FIGURA 5.9 - EXEMPLO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS QUE	
REPRESENTAM O INDIVÍDUO.....	74
FIGURA 5.10 - EXEMPLO DA OPERAÇÃO DE CRUZAMENTO	75
FIGURA 5.11 - EXEMPLO DA OPERAÇÃO DE MUTAÇÃO	75
FIGURA 5.12 - PSEUDOCÓDIGO DO AG	77

FIGURA 5.13 - FIGURAS UTILIZADAS NA AVALIAÇÃO DO AG	78
FIGURA 5.14 - (A) AVALIAÇÃO DO AG NA FIGURA 5.13.A E (B) NA FIGURA 5.13.B.....	79
FIGURA 5.15 - AVALIAÇÃO DO AG NA FIGURA 5.13.A COM A TÉCNICA DE REDUÇÃO DO ESPAÇO DE BUSCA.....	81
FIGURA 5.16 - RESULTADOS OBTIDOS NO EXPERIMENTO 1; (A) O CONTORNO INICIAL, (B) O RESULTADO UTILIZANDO O MÉTODO TRADICIONAL E (C) O RESULTADO UTILIZANDO O AG E <i>SNAKES</i>	83
FIGURA 5.17 - RESULTADOS OBTIDOS NO EXPERIMENTO 1; (A) O CONTORNO INICIAL, (B) O CONTORNO OBTIDO PELO AG E (C) O CONTORNO FINAL	84
FIGURA 5.18 - RESULTADOS OBTIDOS NO EXPERIMENTO 2; (A) O CONTORNO INICIAL, (B) O RESULTADO UTILIZANDO O MÉTODO TRADICIONAL E (C) O RESULTADO UTILIZANDO O AG E <i>SNAKES</i>	85
FIGURA 5.19 - RESULTADOS OBTIDOS NO EXPERIMENTO 3; (A) O CONTORNO INICIAL, (B) O RESULTADO UTILIZANDO O MÉTODO TRADICIONAL E (C) O RESULTADO UTILIZANDO O AG E <i>SNAKES</i>	86

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 - COMPARAÇÃO ENTRE GENÉTICA NATURAL E A TERMINOLOGIA DE UM AG	5
TABELA 2.2 - COMPARAÇÃO ENTRE CÓDIGO BINÁRIO E GRAY	6
TABELA 2.3 - POPULAÇÃO E VALOR DE APTIDÃO NA PRIMEIRA GERAÇÃO	14
TABELA 2.4 - CRUZAMENTO EM UM PONTO	14
TABELA 2.5 - POPULAÇÃO E VALOR DE APTIDÃO NA SEGUNDA GERAÇÃO	15

RESUMO

Embora a identificação de tumores cerebrais seja uma tarefa difícil no diagnóstico médico, avanços significativos têm sido verificados devido à evolução das técnicas de aquisição de imagens médicas. Por outro lado, a computação gráfica oferece técnicas que possibilitam a adequada manipulação destas imagens. Entre os diversos métodos existentes, o modelo de contornos ativos, também conhecido como *snakes*, vem sendo amplamente difundido no processo de segmentação e extração de estruturas de interesse no contexto médico. Este trabalho investiga o método de *snakes* propondo sua utilização em conjunto com algoritmos genéticos para resolver as restrições descritas na literatura. Os resultados obtidos demonstram o potencial desta abordagem e incentivam a continuação de trabalhos de pesquisa no sentido de ampliar sua contribuição no diagnóstico médico avançado.

PALAVRAS-CHAVE: Algoritmos genéticos, modelo de contornos ativos, modelos deformáveis, *snakes*.

ABSTRACT

The identification of brain tumours is a complex task in the context of diagnosis in medicine. However, significant advances can be observed in this field due to the progress of medical image acquisition techniques. On the other hand, computer graphics offers techniques which provide excellent tools for manipulating these images. In particular, the active contour model, also known as “snakes”, has been playing an important role in the process of segmentation and extraction of structures of interest in clinical practice. This work investigates the “snakes” method and proposes its use in conjunction with genetic algorithms to address the limitations reported in the literature. The results thus obtained demonstrate the potential of this technique and encourage further research work in order to increase its contribution in advanced medical diagnosis.

1 INTRODUÇÃO

A evolução tecnológica dos equipamentos de aquisição de imagens médicas tem promovido a sua aplicação cada vez mais freqüente no diagnóstico médico. Imagens obtidas com maior nível de detalhe possibilitam a realização de tarefas complexas, tais como o diagnóstico de tumores cerebrais. O uso de técnicas computacionais, como segmentação, pode automatizar o processo moroso de manipulação dessas imagens, bem como auxiliar na interpretação de resultados.

As técnicas tradicionais de segmentação de imagens, tais como detecção de bordas, crescimento de regiões e análise de textura, consideram somente a informação local, podendo assumir hipóteses incorretas durante o processo, dificultando o reconhecimento de objetos. Como resultado, estas técnicas normalmente requerem um elevado grau de intervenção por parte de um especialista [McInerney 96].

Embora originalmente desenvolvida para a aplicação em problemas de visão computacional e computação gráfica, a utilização de modelos deformáveis na análise de imagens médicas vem sendo alvo de várias contribuições acadêmicas. Estes modelos têm sido aplicados na interpretação de imagens médicas provenientes de tomografia computadorizada, ultra-som, ressonância magnética, entre outras [McInerney 96].

O modelo de contornos ativos, também conhecido como *snakes*, foi introduzido por Kass, Witkin e Terzopoulos [Kass 88]. Desde então, este modelo vem se estabelecendo como um recurso bem sucedido na solução de problemas relacionados à segmentação de imagens.

Os modelos de contornos ativos em sua formulação original [Kass 88], além de contarem com a informação local do contorno, podem incorporar informações a priori tais como topologia e suavidade sobre a imagem ou sobre o segmento procurado.

Algoritmos genéticos são métodos de busca heurística baseados no modelo evolucionário de Darwin. A busca ocorre em um domínio de hipóteses, chamada população, a fim de identificar uma hipótese ótima, que é obtida por meio de uma função de avaliação. Ainda que não exista garantia da melhor solução para o problema, algoritmos genéticos têm sido efetivos na obtenção de soluções próximas à melhor solução e aplicados com sucesso em uma grande variedade de tarefas de aprendizado e otimização.

O objetivo deste trabalho é associação de algoritmos genéticos ao modelo de *snakes* para segmentação de imagens médicas. Esta abordagem, apesar de não inédita, possui escassos relatos na literatura, particularmente no contexto de identificação de tumores cerebrais. A utilização de algoritmos genéticos possibilita a minimização de alguns problemas inerentes aos modelos de contornos ativos.

Este trabalho está estruturado da seguinte maneira. No capítulo 2 é abordada a técnica de algoritmos genéticos descrevendo sua estrutura básica e inovações. O capítulo 3 discute o método de contornos ativos conceituando suas fundamentações matemáticas e físicas, expondo vantagens e desvantagens na identificação de estruturas de interesse, além de discorrer em torno das melhorias propostas na literatura. O capítulo 4 refere-se ao processo de segmentação de imagens médicas por meio de algumas técnicas expostas no capítulo 3. Um protótipo implementado para a identificação de tumores cerebrais é apresentado no capítulo 5 em conjunto com os experimentos executados. Por fim, no capítulo 6 são relatadas as conclusões e sugeridos trabalhos futuros.

2 ALGORITMOS GENÉTICOS

Algoritmos genéticos, referidos neste texto por sua abreviação AG, são algoritmos de busca baseados no mecanismo de seleção natural das espécies. Combinam a sobrevivência do indivíduo mais adequado com um intercâmbio estruturado e aleatório de informações para formar um algoritmo de busca.

A cada geração, um novo conjunto de indivíduos é criado usando parte dos antigos. Ocasionalmente, para garantir a variedade do conjunto de indivíduos, novas partes podem ser criadas. Apesar de sua natureza aleatória, algoritmos genéticos exploram eficientemente informação histórica, a fim de investigar novos pontos de busca com um melhor desempenho [Goldberg 89].

AG foram introduzidos por Holland em "*Adaptation in Natural and Artificial Systems*" [Holland 75] com dois objetivos principais:

- a) abstrair e explicar os processos adaptáveis de sistemas naturais;
- b) projetar sistemas artificiais que conservem os mecanismos dos sistemas naturais.

O tema central da pesquisa com algoritmos genéticos tem sido a robustez, a eficiência e a eficácia necessárias para *solucionar diferentes problemas*.

Melhor que uma busca em hipóteses geral-específica, ou simples-complexa, em que a partir de uma hipótese menos restritiva adicionam-se regras direcionando o espaço de busca, algoritmos genéticos geram sucessivas hipóteses por meio de repetidas combinações de partes da melhor hipótese conhecida. A cada etapa, uma coleção de hipóteses, chamada de população, é alterada substituindo uma parte desta população [Mitchell 97].

Em relação aos métodos de busca tradicionais, algoritmos genéticos apresentam quatro diferenças principais [Goldberg 89]:

- a) trabalham com a codificação do conjunto de parâmetros e não com os parâmetros em si;

- b) a procura é feita a partir de uma população de pontos e não em um único ponto;
- c) utiliza uma função de avaliação. Não existe nenhum conhecimento auxiliar;
- d) utiliza regras probabilísticas de transição e não determinísticas.

Embora existam diferentes implementações de algoritmos genéticos, sua estrutura geral pode ser descrita da seguinte forma:

- a) o algoritmo opera iterativamente alterando um conjunto de indivíduos, chamado população. Um indivíduo representa uma possível solução do problema;
- b) a cada iteração todos os membros desta população têm sua aptidão avaliada de acordo com algum critério estabelecido. Uma função de avaliação é responsável por indicar a qualidade do indivíduo na população;
- c) uma nova população é gerada alterando geneticamente alguns indivíduos da população corrente, por meio de uma seleção probabilística, mantendo os demais indivíduos inalterados. Esta etapa tem como objetivo a mistura de características entre indivíduos, de maneira a possibilitar a geração de indivíduos com maior grau de aptidão, ou seja, soluções mais adequadas ao problema;
- d) Estes passos são executados até que alguma solução aceitável seja encontrada.

2.1 REPRESENTAÇÃO E CODIFICAÇÃO DE UM AG

Conforme visto, AG tem como premissa a evolução por meio de sucessivas gerações de uma população, na qual cada indivíduo é a representação de uma

possível solução, codificados por meio de parâmetros ou variáveis, de acordo com o domínio do problema.

Podemos representar um indivíduo (X) da seguinte forma [Andre 01]:

$$X = x_1x_2x_3...x_k$$

onde x_i representa o i -ésimo componente de X . Cada componente de X representa um gene, e este, por sua vez, codifica alguma variável relacionada ao problema.

A tabela 2.1 [Goldberg 89] apresenta um comparativo entre a genética natural e a artificial.

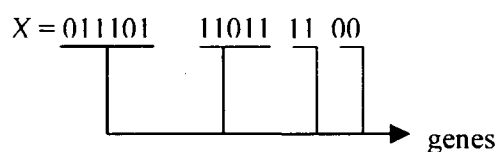
TABELA 2.1 - COMPARAÇÃO ENTRE GENÉTICA NATURAL E A TERMINOLOGIA DE UM AG

Natural	Algoritmo Genético
cromossomo	conjunto de caracteres (string)
gene	caractere (posição ou parte de um cromossomo)
alelo	valor do caractere
locus	posição do caractere no conjunto
genótipo	estrutura do indivíduo codificado
fenótipo	resposta do problema, estrutura decodificada

2.1.1 Codificação Binária

A codificação do indivíduo é feita por meio de um conjunto de caracteres com valores binários, ou seja, 0 e 1. Um gene pode ser representado por um ou mais bits, e um cromossomo por um conjunto de genes podendo ter um tamanho variável de acordo com as necessidades do problema. Um indivíduo pode ser representado da seguinte maneira:

FIGURA 2.1 - REPRESENTAÇÃO DE UM INDIVÍDUO



Apesar de simples, esta abordagem possui alguns problemas quanto à representação de valores com alta precisão por exigir um vetor bem extenso. Outro problema é a diferença de vários bits na codificação de números adjacentes inteiros. Por exemplo, a alteração do número de bits entre os inteiros 7 (0111 em binário) e 8 (1000 em binário) é de 4. Em contrapartida, entre os inteiros 6 (0110) e 7 (0111) é apenas de 1. Isso pode gerar perturbações no espaço de busca caso as operações ocorram nos bits mais significativos do indivíduo, ou seja, pode ocorrer um grande deslocamento na busca com a alteração de um único bit apenas.

2.1.2 Codificação Gray

Similar à codificação binária, o código Gray [Hollstien 71] codifica o indivíduo por meio de cadeias de 0 e 1, porém mantendo sempre em 1 bit a distância entre os números adjacentes. Desta forma, esse mecanismo resolve o problema da perturbação no espaço de busca gerado pela codificação binária tradicional. A tabela 2.2 exibe a representação binária e a codificação Gray para números de 0 a 8.

TABELA 2.2 - COMPARAÇÃO ENTRE CÓDIGO BINÁRIO E GRAY

	Código Binário	Código Gray
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100

2.1.3 Codificação não Binária

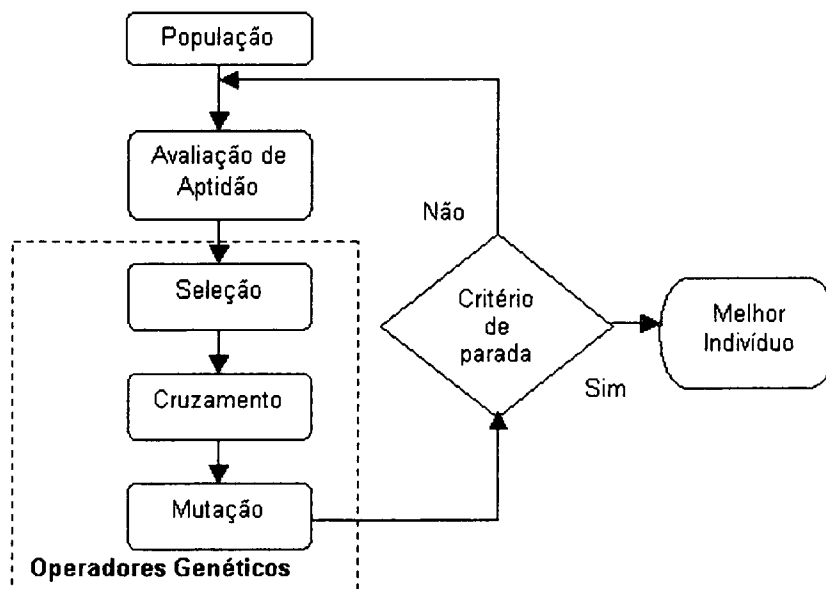
É possível utilizar outros métodos de representação do indivíduo, tais como, números inteiros, números reais, letras ou formas relacionadas à natureza do problema. A principal vantagem é a eliminação da etapa de codificação e decodificação das variáveis para uma cadeia de bits. Por outro lado, pode haver um aumento na complexidade das operações genéticas.

2.2 ESTRUTURA DE UM AG

A estrutura de um algoritmo genético simples consiste na criação de uma população, cujos indivíduos sofrem alterações de natureza probabilística por meio de operadores genéticos, em um processo iterativo com um critério de parada pré-estabelecido. Os indivíduos são selecionados levando-se em consideração as suas aptidões, as quais são calculadas por meio de uma função de avaliação.

A figura 2.2 ilustra a estrutura básica de um algoritmo genético.

FIGURA 2.2 - ESTRUTURA DE UM ALGORITMO GENÉTICO SIMPLES



2.3 POPULAÇÃO

Como visto anteriormente, a população é composta por um conjunto de indivíduos, onde cada um deles representa uma possível solução. Os indivíduos são criados de maneira aleatória dentro do domínio do problema e codificados de acordo com um dos mecanismos descritos na seção 2.1. O tamanho e a diversidade desta população afetam o desempenho e a eficiência do AG pelo fato de delimitarem o espaço de busca.

2.4 AVALIAÇÃO DE APTIDÃO

A avaliação de aptidão é responsável por indicar quão boa solução um indivíduo representa, por meio de uma função de avaliação estabelecida por um determinado critério. A definição dessa função é, portanto, de elevada importância no AG.

Considerando um problema de otimização representado pela função definida na equação (2.1):

$$g(x) = x^2 \quad (2.1)$$

Se o objetivo é a maximização da função em (2.1), então a própria função pode ser utilizada na avaliação de aptidão:

$$\text{função de avaliação} = f(x) = g(x) = x^2 \quad (2.2)$$

Entretanto, se o objetivo é a minimização, então pode-se incluir uma constante C_{\max} à avaliação de aptidão da seguinte forma:

$$\text{função de avaliação} = f(x) = C_{\max} - g(x) \quad \{g(x) < C_{\max} \quad \forall x \quad (2.3)$$

2.5 OPERADORES GENÉTICOS

A premissa dos operadores genéticos é transformar a população por meio de gerações, mantendo a sua diversidade, objetivando a busca de uma solução mais adequada.

Segundo Goldberg [Goldberg 89], um AG simples possui três operações que guiam a busca:

- a) reprodução;
- b) cruzamento;
- c) mutação.

Outros autores como Mitchell [Mitchell 97] consideram apenas o processo de cruzamento e mutação como operadores genéticos, denominando de seleção o processo de reprodução dos indivíduos.

2.5.1 Reprodução ou Seleção

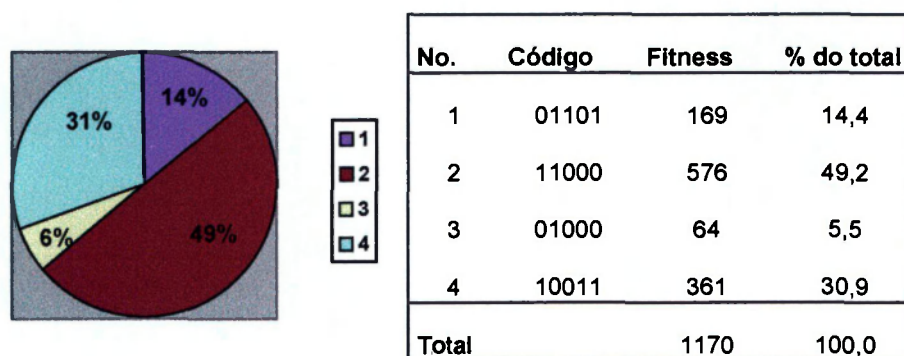
A reprodução ou seleção é o processo pelo qual os indivíduos contribuem para a busca de acordo com seu valor de aptidão. Indivíduos com maior aptidão terão maior probabilidade de ser escolhidos, simulando o processo natural de seleção, em que o mais adaptado sobrevive.

Três métodos de seleção dentre os vários encontrados na literatura, serão aqui destacados [Weib 01] :

- a) seleção aleatória (*random parent selection*): Os indivíduos são escolhidos aleatoriamente na atual população sem nenhum outro critério associado. Todos os indivíduos têm a mesma chance de ser selecionados;
- b) seleção por roleta (*roulette wheel parent selection*): Os indivíduos são escolhidos aleatoriamente, porém, proporcionalmente ao seu valor de aptidão. A população é representada em uma roleta dividida de acordo

com a aptidão dos seus indivíduos. Quanto maior a aptidão do indivíduo maior o seu espaço na roleta. A figura 2.3 [Goldberg 89] exemplifica o método. Esta técnica garante que indivíduos mais aptos sejam selecionados. Porém, pode forçar a uma convergência prematura a uma solução ótima local [Goldberg 89];

FIGURA 2.3 - SELEÇÃO POR ROLETA



- c) seleção por torneio (*tournament parent selection*): Uma subpopulação é formada pela escolha aleatória de um número de indivíduos na população atual, em conjunto com uma probabilidade pré-definida determinando a escolha do par de indivíduos com maior ou menor aptidão. Esta técnica garante a seleção de indivíduos mais aptos. Além disso, mantém maior a diversidade da população que na seleção por roleta [Mitchell 97].

2.5.2 Cruzamento

Cruzamento é o método de produção de um par de novos indivíduos por meio da combinação de dois indivíduos genitores. Um pedaço de um indivíduo é

combinado com um pedaço de outro indivíduo gerando o indivíduo filho. O processo é similar à reprodução de genes em células.

Três formas possíveis de cruzamento [Mitchell 97, Weib 01] serão brevemente descritas:

- a) cruzamento em ponto: Uma posição é aleatoriamente escolhida nos cromossomos genitores. Os novos indivíduos serão criados a partir da troca das partes dos cromossomos após essa posição;
- b) cruzamento em dois pontos: Duas posições são aleatoriamente escolhidas nos cromossomo genitores. Os novos indivíduos serão criados por meio da troca das partes dos cromossomos entre essas posições;
- c) cruzamento uniforme: Para cada posição (bit) no cromossomo é feita uma escolha aleatória de qual genitor contribuirá, e para qual filho.

A figura 2.4 apresenta exemplos de operações de cruzamento.

FIGURA 2.4 - EXEMPLO DE OPERAÇÕES DE CRUZAMENTO E MUTAÇÃO

	Código Inicial	Código final
Cruzamento em um ponto:	<u>11101001000</u> 00001010101	11101010101 00001001000
Cruzamento em dois pontos:	11101001000 <u>00001010101</u>	11001011000 00101000101
Cruzamento uniforme:	<u>11101001000</u> <u>00001010101</u>	10001000100 01101011001
Mutação em um ponto:	11101001000	11101011000

FONTE: [Mitchell 97]

2.5.3 Mutação

A mutação altera aleatoriamente alguma característica do próprio indivíduo. Isso ocorre com uma probabilidade pequena, com o objetivo de manter a diversidade da população.

A forma mais simples de mutação consiste na alteração de uma posição do cromossomo escolhida de forma aleatória conforme a figura 2.4.

2.6 MELHORIAS EM ALGORITMOS GENÉTICOS

Para a obtenção de uma solução ótima em AG, a diversidade genética é de fundamental importância tanto na criação da população quanto nas sucessivas gerações de indivíduos. Uma população muito pequena pode representar inadequadamente o espaço de busca. Uma quantidade limitada de gerações também pode restringi-lo. Por outro lado, populações com inúmeros indivíduos ou gerações podem ter um custo computacionalmente inviável. Da mesma forma, as taxas de cruzamento e mutação também contribuem para a manutenção da diversidade populacional.

Segundo Haupt [Haupt 00], populações menores com taxas de mutação mais elevadas produzem melhores resultados do que populações maiores com taxas de mutação reduzidas. Em seu estudo ele sugere o percentual de 5 a 20% de mutação.

Mesmo com valores adequados à população, ao cruzamento e à mutação, podem existir problemas de convergência prematura, ou seja, quando houver uma predominância de bons indivíduos, porém não ótimos, na população, a solução pode ficar limitada a uma ótima local. Encontramos algumas abordagens para este problema em Andre [Andre 01] e Goldberg [Goldberg 89]:

- a) escalonamento: É introduzido um fator de escala limitando o domínio de poucos indivíduos com maior aptidão no processo de seleção;
- b) adaptação dinâmica de operadores: São alteradas dinamicamente as taxas de cruzamento de mutação a fim de manter a diversidade da população. Se a população tiver um alto grau de semelhança, a taxa de mutação aumenta e a de cruzamento diminui. Caso a população seja muito heterogênea, a taxa de cruzamento deverá aumentar e a de mutação diminuir.

Certamente a prematura convergência para uma solução ótima local é um problema. Por outro lado, o custo computacional para se chegar a uma solução ótima global também deve ser considerado. Algumas técnicas podem auxiliar nessa busca, entre elas:

- a) redução do espaço de busca [Vasconcelos 01]: Após um determinado número de gerações quando a população adquire um caráter mais homogêneo, uma nova população é criada a partir do melhor indivíduo. Um menor número de gerações é executado a fim de refinar a solução encontrada;
- b) elitismo: Tem como objetivo manter na população corrente os melhores indivíduos fazendo com que estes não sejam perdidos durante o processo evolutivo. No elitismo simples proposto por De Jong [De Jong 75] e sumarizado em Goldberg [Goldberg 89], se o melhor indivíduo i de uma população p na geração g não existir mais em p na próxima geração $g+1$, então deve-se incluir i em p como o indivíduo $p+1$. No elitismo global [Vasconcelos 01], após a criação de novos indivíduos pelas operações genéticas, estes são verificados se estão mais aptos que seus genitores efetuando-se a substituição. Desta forma, a média de aptidão deverá aumentar nas sucessivas gerações.

2.7 EXEMPLO DE UTILIZAÇÃO DE UM AG

Esse exemplo tem como objetivo a maximização, por meio de AG, da função definida na equação (2.4).

$$f(x) = -x^2 + 23x \quad \forall x \in [0,31] \quad (2.4)$$

Para a simplificação da codificação do problema será considerado x pertencente ao conjunto de números inteiros, sendo necessários, portanto, 5 bits para a sua codificação. A população é criada aleatoriamente dentro do espaço de busca (0,31) e possui tamanho igual a 4. Na avaliação dos indivíduos, a função em (2.4) é utilizada como função de avaliação.

A tabela 2.3 exemplifica a comportamento do AG após a criação da população e a posterior avaliação de aptidão.

TABELA 2.3 - POPULAÇÃO E VALOR DE APTIDÃO NA PRIMEIRA GERAÇÃO

Indivíduo	Cromossomo	Aptidão: $f(x) = -x^2 + 23x$
1	01101	$-(13)^2 + 23 \times 13 = 130$
2	11000	$-(24)^2 + 23 \times 24 = -24$
3	01000	$-(8)^2 + 23 \times 8 = 120$
4	10011	$-(19)^2 + 23 \times 19 = 76$
Total		302

A próxima etapa executada pelo AG é a seleção, descrita em 2.5, na qual dois indivíduos serão selecionados na população corrente podendo gerar dois novos indivíduos que substituirão seus genitores em uma nova população. A tabela 2.4 demonstra o processo de seleção com cruzamento em um ponto.

TABELA 2.4 - CRUZAMENTO EM UM PONTO

Indivíduo	Cromossomo	Cruzamento no ponto 3
1	01101	011 00
3	01000	010 01

Após a seleção a nova população é avaliada obtendo os valores demonstrados na tabela 2.5.

TABELA 2.5 - POPULAÇÃO E VALOR DE APTIDÃO NA SEGUNDA GERAÇÃO

Individuo	Cromossomo	Aptidão: $f(x) = -x^2 + 23x$
1	01100	$-(12)^2 + 23 \times 12 = 132$
2	11000	$-(24)^2 + 23 \times 24 = -24$
3	01001	$-(9)^2 + 23 \times 9 = 126$
4	10011	$-(19)^2 + 23 \times 19 = 76$
Total		310

Comparando as tabelas 2.3 e 2.5 pode-se verificar a evolução do AG na busca de uma solução ótima, a aptidão máxima aumentou de 130 para 132 e a soma das aptidões de 302 para 310. O algoritmo será executado sucessivamente até que uma solução satisfatória seja encontrada.

3 SNAKES - MODELO DE CONTORNOS ATIVOS

Segundo Kass [Kass 88], *snakes* representam um caso particular da teoria geral de modelos deformáveis [Terzopoulos 86], onde uma curva definida dentro do domínio da imagem deforma-se em direção à borda desejada influenciada por forças internas à curva e por forças externas provenientes da imagem.

As fundamentações matemáticas dos modelos deformáveis são representadas pela convergência da geometria, da física e da teoria de aproximação. A geometria é utilizada para descrever a forma do objeto, a física para impor restrições de como esta forma pode variar sobre o tempo e espaço, e a teoria de aproximação para fornecer os mecanismos formais para o ajuste do modelo aos dados medidos [Terzopoulos 88a].

A geometria de modelos deformáveis geralmente permite a cobertura de uma grande variedade de formas empregando representação geométrica envolvendo vários graus de liberdade [McInerney 96]. Não é permitido que os graus de liberdade evoluam de maneira independente, mas governados por princípios físicos que concedem um comportamento intuitivo sob o fundamento geométrico.

O nome “Modelos Deformáveis” tem origem na utilização da Teoria da Elasticidade, geralmente no contexto do modelo dinâmico Lagrangeano. Na interpretação física, vê-se os modelos deformáveis como corpos elásticos que respondem naturalmente quando submetidos a forças ou restrições. Tipicamente, as funções de energia de deformação são definidas dentro dos graus de liberdade associados ao modelo deformável. A energia cresce proporcionalmente à deformação a partir da posição de repouso e freqüentemente inclui termos que restringem a suavidade e a simetria do modelo.

No modelo Lagrangeano, a energia de deformação implica na manifestação de forças elásticas internas ao modelo. Tomando o embasamento físico da teoria de aproximação, a energia potencial externa é definida nos termos dos dados de

interesse no qual o modelo está contido. Estas energias externas implicam na manifestação de forças externas que deformam o modelo de tal maneira a deixá-lo ajustado aos dados.

Curvas, superfícies e sólidos deformáveis tornaram-se populares depois de propostos na visão computacional [Terzopoulos 88b] e na computação gráfica [Terzopoulos 88a] em meados dos anos 80. Terzopoulos introduziu a teoria de modelos deformáveis contínuos dentro do modelo dinâmico Lagrangeano, com base na deformação de energia na forma de *splines* genéricas [Terzopoulos 86]. Os antecessores aos modelos deformáveis ainda em uso incluem os *templates* de Fischler e Elshlager [Fischler 73] e a técnica da máscara de borracha de Widrow [Widrow 73].

3.1 REPRESENTAÇÃO PARAMÉTRICA DE CURVAS

Matematicamente, uma curva no plano pode ser representada das seguintes formas [Foley 91]:

- a) explícita: $y=f(x)$;
- b) implícita: $f(x,y) = 0$;
- c) paramétrica: $x=x(t)$, $y=y(t)$.

Na primeira representação não existe a possibilidade de múltiplos valores de y para um mesmo x . Desta maneira, curvas fechadas como círculos e elipses deverão ser representadas por múltiplos segmentos de curvas. Outro agravante é a dificuldade para obter uma versão rotacionada da curva, sendo necessária a subdivisão da curva em múltiplos segmentos.

A segunda forma possibilita a representação de um círculo por meio da equação $x^2 + y^2 = 1$. Porém, a representação de um semi-círculo apenas será possível com a introdução de restrições, tais como $x \geq 0$. Outro problema se deve ao fato da equação poder apresentar mais de uma solução.

A terceira forma resolve os problemas das representações anteriormente descritas. A representação paramétrica de curvas expressa o valor de x e y em função de um parâmetro t . A curva pode ser aproximada por meio de uma curva polinomial.

Qualquer ponto Q de uma curva pode ser representado por meio de uma função vetorial:

$$Q(t) = (x(t), y(t))$$

onde as funções x e y são polinomiais no parâmetro t .

3.1.1 Curvas Paramétricas Cúbicas

O grau do polinômio que representa a curva paramétrica define a quantidade de pontos de controle. Uma curva polinomial de grau n requer $n+1$ pontos de controle. Desta maneira, polinômios de grau mais baixo oferecem pouca flexibilidade para controlar a forma da curva. Por outro lado, polinômios de grau mais alto implicam em um maior número de pontos de inflexão na curva com conseqüente aumento do custo computacional.

As curvas polinomiais de terceira ordem, também denominadas cúbicas, por sua vez, conciliam a possibilidade do maior controle da curva com um baixo custo computacional, sendo a representação paramétrica mais freqüente, segundo a literatura [Foley 91].

Os polinômios cúbicos que definem o segmento da curva $Q(t)=(x(t),y(t))$ seguem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} x(t) &= a_x t^3 + b_x t^2 + c_x t + d_x, \\ y(t) &= a_y t^3 + b_y t^2 + c_y t + d_y, \quad 0 \leq t \leq 1. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Com $T = [t^3 \ t^2 \ t \ 1]$ e definindo C como a matriz de coeficientes dos polinômios definidos em (3.1) como

$$C = \begin{bmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \\ c_x & c_y \\ d_x & d_y \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

a equação (3.1) pode ser reescrita como:

$$Q(t) = [x(t) \ y(t)] = T \cdot C \quad (3.3)$$

O vetor tangente da curva pode ser obtido por meio da derivada de $Q(t)$ onde:

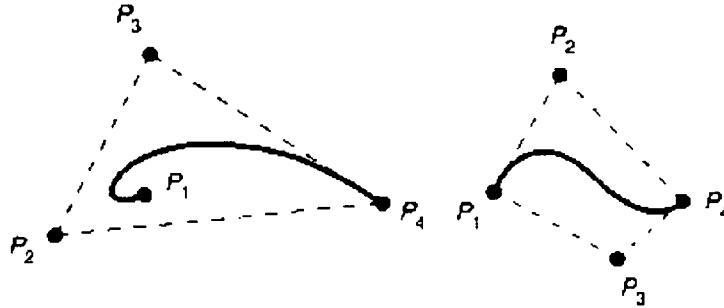
$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}Q(t) = Q'(t) &= \begin{bmatrix} \frac{d}{dt}x(t) & \frac{d}{dt}y(t) \end{bmatrix} = \frac{d}{dt}T \cdot C = \begin{bmatrix} 3t^2 & 2t & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot C \\ &= \begin{bmatrix} 3a_x t^2 + 2b_x t + c_x & 3a_y t^2 + 2b_y t + c_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Em uma curva paramétrica cúbica os dois pontos iniciais de controle determinam a declividade da curva em sua origem, e os dois pontos finais atuam na declividade no final da curva.

3.1.2 Curvas de Bézier

A curva Bézier, proposta por Pierre Bézier [Bezier 74] e descrita em Foley [Foley 91], em sua forma cúbica, é definida pela interpolação de dois pontos, origem e destino, e a aproximação de outros dois pontos, como apresentado na figura 3.1.

FIGURA 3.1 - CURVAS DE BÉZIER



Fonte: [Foley 91]

A curva passa pelos pontos P_1 e P_4 e se aproxima dos pontos P_2 e P_3 .

Na forma polinomial [Farin 93] as curvas de Bézier podem ser representadas como:

$$Q(t) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} P_i, \quad \binom{n}{i} = \begin{cases} \frac{n!}{i!(n-i)!} & \text{if } 0 \leq i \leq n \\ 0 & \text{outro caso} \end{cases} \quad (3.5)$$

Para $n=3$ na equação (3.5) é obtido:

$$Q(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t^2(1-t) P_2 + t^3 P_3 \quad (3.6)$$

A equação (3.6) pode ser representada na forma matricial como:

$$Q(t) = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

A curva de Bézier sempre interpola o primeiro e o último ponto de controle e se aproxima dos outros dois. Além disso, a curva sempre estará inserida dentro do polígono definido pelos seus quatro pontos de controle, denominado fecho convexo.

O grau dos polinômios cresce com o número dos pontos do polígono de controle. Outra desvantagem é a falta de controle local, ou seja, a alteração de um ponto no polígono de Bézier acarreta em alterações em toda a curva de Bézier.

3.1.3 Curvas *B-Spline*

O nome *Spline* é originário de uma barra flexível de metal utilizada por projetistas na modelagem de superfícies de aviões, carros e barcos. Pesos conectados a este instrumento alteravam sua curvatura. A expressão matemática que descreve essa curva, denominada *Spline* Cúbica Natural, é um polinômio cúbico contínuo que interpola todos os pontos de controle da curva. Desta maneira, a alteração em qualquer um deles terá reflexo ao longo da curva.

B-Spline pode ser considerada uma simplificação do modelo natural. Consiste de segmentos de curva em que os coeficientes polinomiais dependem somente de poucos pontos de controle. A alteração destes pontos afeta uma pequena parte da curva, ou seja, apenas os vizinhos mais próximos [Foley 91].

A curva *B-Spline* pode ser representada por [JOY 99]:

$$Q(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,k}(t), \quad t_i \leq t < t_{i+1} \quad (3.8)$$

onde P_i são os $n+1$ pontos de um polígono de control, $B_{i,k}$ são funções polinomiais e k é a ordem da curva *B-Spline* e determina o grau $(k-1)$ dessas funções polinomiais.

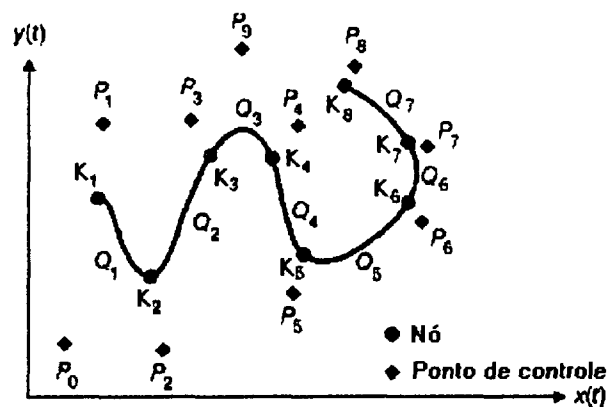
As funções polinomiais $B_{i,k}(t)$, também chamadas de funções base ou de mistura, são descritas pela ordem de k e uma seqüência crescente finita de números reais $\{t_i : i=0, \dots, n+k\}$ normalmente denominadas vetor de nós. As funções $B_{i,k}(t)$ são resolvidas recursivamente por:

$$B_{i,1}(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } t_i \leq t < t_{i+1} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \text{e,} \quad (3.9)$$

$$B_{i,k}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} B_{i,k-1}(t) + \frac{t_{i+k} - t}{t_{i+k} - t_{i+1}} B_{i+1,k-1}(t), \quad 2 \leq k \leq n+1$$

Uma curva *B-Spline* cúbica aberta aproxima uma série de $n+1$ pontos de controle $\{P_0, P_1, \dots, P_n\}$, com $n-2$ segmentos de curva $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-2}\}$ conectados. Cada segmento de curva é a combinação linear de quatro polinômios cúbicos no domínio de t com $0 \leq t \leq 1$ [Wang 99], como podemos ver na figura 3.2. Os $n-1$ pontos que conectam os segmentos adjacentes são chamados de nós. Desta forma, para um conjunto de nós $K = \{K_1, K_2, \dots, K_{n-1}\}$ será necessário determinar os $n+1$ pontos de controle. Uma curva fechada pode ser obtida com a inclusão dos pontos de controle P_0, P_1, P_2 ao final da sequência de P_0, P_1, \dots, P_n , ou seja, $P_0, P_1, \dots, P_n, P_0, P_1, P_2$.

FIGURA 3.2 - *B-SPLINE* CÚBICA



Aplicando a equação (3.8) para a *B-Spline* cúbica, obtém-se:

$$Q(t) = \frac{(1-t)^3}{6} P_0 + \frac{3t^3 - 6t^2 + 4}{6} P_1 + \frac{-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1}{6} P_2 + \frac{t^3}{6} P_3, \quad 0 \leq t < 1 \quad (3.10)$$

A equação (3.10) pode ser representada na forma matricial como:

$$Q(t) = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

3.2 REPRESENTAÇÃO DE SNAKES

Em sua formulação tradicional, uma *snake* pode ser definida como um contorno paramétrico, representado por $v(s) = (x(s), y(s))$, com $s \in [0, 1]$, que se move no domínio de uma imagem no plano $(x, y) \in \mathcal{H}^2$ [McInerney 96]. A energia total do modelo E_{snake} é obtida pelo somatório da energia de seus elementos [Ivins 96]:

$$E_{snake} = \int_0^1 E_{elemento}(v(s)) ds \quad (3.12)$$

Segundo Kass [Kass 88], a energia da *snake* pode ser descrita por três funcionais de energia, como:

$$E_{snake} = \int_0^1 E_{int}(v(s)) ds + \int_0^1 E_{imagem}(v(s)) ds + \int_0^1 E_{res}(v(s)) ds \quad (3.13)$$

onde:

- a) E_{int} : representa a energia interna referente à deformação da curva e está associada com o conhecimento *a priori*;
- b) E_{imagem} : representa a energia dependente da imagem na qual a *snake* está inserida;
- c) E_{res} : representa a energia obtida por uma restrição externa, por exemplo, a interação com um usuário. E está associada com conhecimento *a posteriori*.

Alguns autores como Ballerini [Ballerini 99], Dumitras [Dumitras 01], Xu [Xu 97], entre outros, utilizam o termo energia externa, E_{ext} , como sendo a energia proveniente da imagem. Neste documento será utilizada esta abordagem para a representação da energia da imagem, E_{imagem} . Sendo assim, a equação (3.12) pode ser reescrita novamente como:

$$E_{snake} = \int_0^1 E_{int}(v(s)) ds + \int_0^1 E_{ext}(v(s)) ds \quad (3.14)$$

3.3 ENERGIA INTERNA

A energia interna da *snake* é responsável por manter a suavidade da curva quando inserida no campo de forças representado pela energia da imagem, e é definida como:

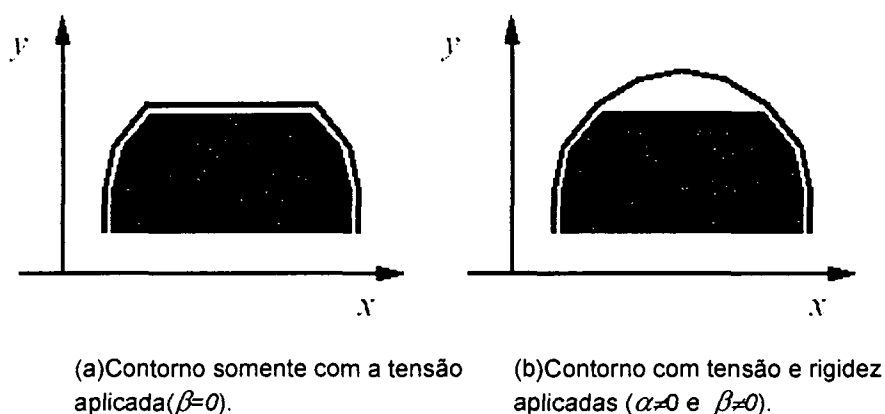
$$E_{\text{int}}(v(s)) = \frac{1}{2} \left[\alpha(s) \left| \frac{\partial v(s)}{\partial s} \right|^2 + \beta(s) \left| \frac{\partial^2 v(s)}{\partial s^2} \right|^2 \right] \quad (3.15)$$

onde $\alpha(s)$ e $\beta(s)$ são funções não negativas que controlam a elasticidade e a rigidez da curva, respectivamente.

O primeiro termo controla a tensão ou elasticidade da curva, e sugere um comportamento segundo uma membrana elástica que se deforma quando submetida a um conjunto de forças externas. A curva tende a se expandir quando o valor de α for alto, e a se contrair quando o valor de α for baixo.

O segundo termo controla a resistência à deformação da curva evitando a formação de dobras ou descontinuidades. A curva tende a suavizar-se quando o valor de β for alto. A figura 3.3 [Jensen 00] ilustra a influência do segundo termo na curva.

FIGURA 3.3 - REPRESENTAÇÃO DA RIGIDEZ DA CURVA



O ajuste dos pesos $\alpha(s)$ e $\beta(s)$ são de relativa importância no comportamento da curva quando aplicada à imagem. O contorno pode apresentar descontinuidades ou quinas caso $\alpha(s)$ ou $\beta(s)$ ou ambos sejam nulos. Muitas abordagens consideram $\alpha(s)$ e $\beta(s)$ como constantes para a simplificação do modelo.

3.4 ENERGIA EXTERNA OU DA IMAGEM

A energia externa é responsável por atrair a *snake* para características de interesse na imagem, como contornos, bordas e superfícies de determinadas estruturas. Pode ser representada como uma função potencial escalar definida no plano da imagem [McInerney 96], formulada de acordo com a característica de interesse a detectar. Por exemplo:

$$E_{linha}(v(s)) = \pm I(v(s)) \quad (3.16)$$

$$E_{borda}(v(s)) = \pm |\nabla I(v(s))|^2 \quad (3.17)$$

onde E_{linha} é a funcional responsável por atrair a *snake* para linhas na imagem e E_{borda} a funcional correspondente para bordas.

O sinal corresponde à operação de maximização ou minimização da energia externa a fim de localizar contornos escuros ou claros na imagem. A maximização de E_{ext} equivale a minimização de $-E_{ext}$, como podemos ver na figura 3.4 [Jensen 00].

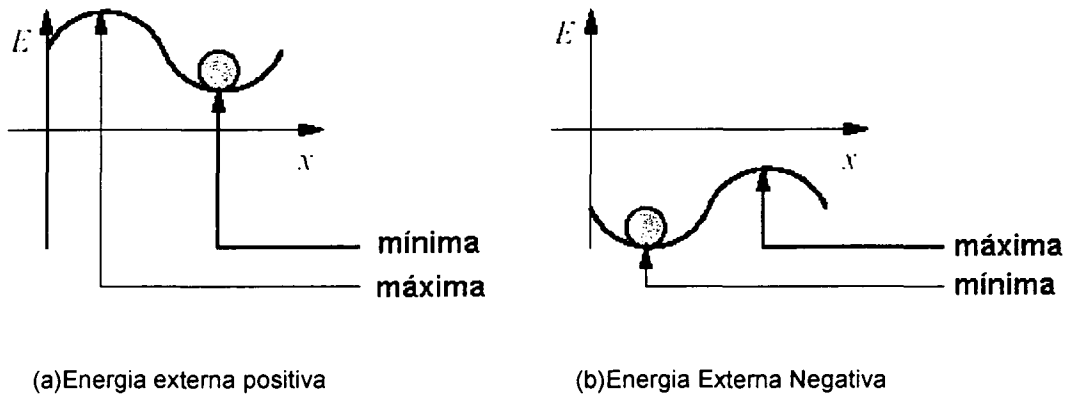
Um filtro Gaussiano pode ser adicionado à equação (3.17):

$$E_{ext}(x(s), y(s)) = -|\nabla G_\sigma * I(x(s), y(s))|^2 \quad (3.18)$$

onde $I(x(s), y(s))$ é a imagem analisada, G_σ é um filtro gaussiano bidimensional com desvio padrão σ aplicado à imagem e ∇ é o operador gradiente.

O filtro gaussiano atua na redução do nível de ruídos da imagem original, bem como na suavização das bordas, conseqüentemente, aumentando o alcance de captura da *snake* devido à borda ser percebida a uma distância maior.

FIGURA 3.4 - MINIMIZAÇÃO E MAXIMIZAÇÃO DA ENERGIA EXTERNA



No modelo original [Kass 88], é proposto um controle de escala em que a imagem é fortemente borrada para forçar a *snake* ao equilíbrio e então lentamente reduz-se o efeito de borra. O resultado é chamado de minimização por continuação de escala. Outra possibilidade é atrair a *snake* para pontos de cruzamento do eixo, *zero-crossings*, os quais localizam bordas segundo a teoria de Marr-Hildreth [Marr 80]. A equação (3.18) pode então ser reescrita como:

$$E_{ext}(x(s), y(s)) = -\left|\nabla^2 G_\sigma * I(x(s), y(s))\right|^2 \quad (3.19)$$

3.5 MINIMIZAÇÃO DA ENERGIA NO MODELO TRADICIONAL

A equação (3.14) pode ser reescrita como:

$$E(v(s)) = \frac{\alpha}{2} \int_0^1 \left| \frac{\partial v(s)}{\partial s} \right|^2 ds + \frac{\beta}{2} \int_0^1 \left| \frac{\partial^2 v(s)}{\partial s^2} \right|^2 ds + \int_0^1 P(v(s)) ds \quad (3.20)$$

Observa-se que a funcional da equação (3.20) é da forma:

$$J = \int_{x_0}^{x_1} F(y, y', x) dx \quad (3.21)$$

Portanto, a equação de Euler-Lagrange [Butkov 88] correspondente para a localização de extremos tem a forma geral:

$$\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial F}{\partial x'} \right) + \frac{d^2}{ds^2} \left(\frac{\partial F}{\partial x''} \right) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x \equiv v(s) \\ x' \equiv \frac{\partial v(s)}{\partial s} \\ x'' \equiv \frac{\partial^2 v(s)}{\partial s^2} \end{array} \right. \quad (3.22)$$

Se a funcional F é a representação da energia potencial, elasticidade e rigidez de uma *snake* então:

$$F = P(x) + \frac{\alpha}{2} x'^2 + \frac{\beta}{2} x''^2 \quad (3.23)$$

Assumindo α e β como constantes e as derivadas parciais da equação (3.22):

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial x} \quad \frac{\partial F}{\partial x'} = \alpha x' \quad \frac{\partial F}{\partial x''} = \beta x'' \quad (3.24)$$

Portanto, um contorno $v(s)$ que minimiza a energia E_{snake} deverá solucionar a equação (3.25):

$$\frac{\partial v(s)}{\partial t} = \alpha(s) \frac{\partial^2 v(s)}{\partial s^2} - \beta(s) \frac{\partial^4 v(s)}{\partial s^4} - \frac{\partial P}{\partial v(s)} \quad (3.25)$$

3.6 DISCRETIZAÇÃO DO MODELO TRADICIONAL POR MEIO DE DIFERENÇAS FINITAS

A equação (3.25) não possui solução analítica devendo ser resolvida de forma aproximada. Para isto, pode-se utilizar o modelo baseado na expansão em

séries de Taylor, chamado de método das diferenças finitas. Dividindo $v(s)$ em seus componentes x e y e determinando u_j , com $j=0,1,n-1$, como a aproximação discreta para $x(s)$ e $y(s)$, a equação (3.25) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u_j}{\partial s^2} - \beta \frac{\partial^4 u_j}{\partial s^4} - \frac{\partial P}{\partial u_j} \quad (3.26)$$

As derivadas parciais da equação (3.26) podem ser determinadas por meio de diferenças finitas. Neste método, estas derivadas são estimadas para um próximo instante de tempo. Adicionando t sobrescrito para denotar iteração, pode-se representar as derivadas como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{u_j^{t+1} - u_j^t}{\delta t} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} &= \frac{u_{j+1}^{t+1} - 2u_j^{t+1} + u_{j-1}^{t+1}}{\delta s^2} \\ \frac{\partial^4 u}{\partial s^4} &= \frac{u_{j+2}^{t+1} - 4u_{j+1}^{t+1} + 6u_j^{t+1} - 4u_{j-1}^{t+1} + u_{j-2}^{t+1}}{\delta s^4} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Substituindo os termos da equação (3.26) pelos da equação (3.27) tem-se:

$$\frac{u_j^{t+1} - u_j^t}{\delta t} = \frac{\alpha}{\delta s^2} (u_{j+1}^{t+1} - 2u_j^{t+1} + u_{j-1}^{t+1}) - \frac{\beta}{\delta s^4} (u_{j+2}^{t+1} - 4u_{j+1}^{t+1} + 6u_j^{t+1} - 4u_{j-1}^{t+1} + u_{j-2}^{t+1}) - \frac{\partial P}{\partial u_j^t} \quad (3.28)$$

Agrupando os termos em função de j e t , pode-se reescrever a equação (3.28) como:

$$\begin{aligned} \beta \frac{\delta t}{\delta s^4} u_{j+2}^{t+1} - \left(\alpha \frac{\delta t}{\delta s^2} + 4\beta \frac{\delta t}{\delta s^4} \right) u_{j+1}^{t+1} + \left(1 + 2\alpha \frac{\delta t}{\delta s^2} + 6\beta \frac{\delta t}{\delta s^4} \right) u_j^{t+1} \\ - \left(\alpha \frac{\delta t}{\delta s^2} + 4\beta \frac{\delta t}{\delta s^4} \right) u_{j-1}^{t+1} + \beta \frac{\delta t}{\delta s^4} u_{j-2}^{t+1} = u_j^t + \delta t \frac{\partial P}{\partial u_j^t} \end{aligned} \quad (3.29)$$

A equação (3.29) pode então ser escrita em sua forma matricial:

$$M \cdot u^{t+1} = u^t + \delta t \frac{\partial P}{\partial u^t} \quad (3.30)$$

onde M é uma matriz penta-diagonal simétrica e cíclica representada como:

$$\begin{bmatrix} A & B & C & & & C & B \\ B & A & B & & & & C \\ C & B & A & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & A & B & C \\ C & & & & B & A & B \\ B & C & & & C & B & A \end{bmatrix} \quad \text{onde} \begin{cases} A = 1 + 2\alpha \frac{\delta t}{\delta s^2} + 6\beta \frac{\delta t}{\delta s^4} \\ B = -\alpha \frac{\delta t}{\delta s^2} - 4\beta \frac{\delta t}{\delta s^4} \\ C = \beta \frac{\delta t}{\delta s^4} \end{cases} \quad (3.31)$$

Finalmente, isolando o termo u^{t+1} pela multiplicação de ambos os lados da equação (3.30) pela inversa de M, obtém-se:

$$u^{t+1} = M^{-1} \left(u^t + \delta t \frac{\partial P}{\partial u^t} \right) \quad (3.32)$$

A equação (3.25) pode então ser resolvida iterativamente pelo cálculo da equação (3.32).

3.7 LIMITAÇÕES DO MODELO TRADICIONAL

A aplicação de *snakes* para a extração de regiões de interesse possui, entretanto, várias limitações. Por exemplo, *snakes* foram projetadas para serem modelos interativos. Em aplicações não interativas, elas devem ser iniciadas em local próximo à estrutura de interesse para garantir um bom desempenho. As parametrizações da energia interna da *snake* podem limitar sua flexibilidade geométrica e impedir a representação de formas tubulares, de saliências e de bifurcações. Além disso, a topologia da estrutura de interesse deve ser previamente

conhecida, pois, no modelo original, é incapaz de executar alterações em sua topologia sem processamento adicional [McInerney 96].

A utilização de métodos variacionais, como o método de diferenças finitas, para a resolução da funcional de energia descrita na equação (3.20) não oferecem a garantia de que a solução encontrada seja a mínima global [Gunn 97], podendo a solução ficar presa a uma mínima local. Observe a definição abaixo:

- a) se t_0 é uma mínima global da função $E(t)$ então em todo o intervalo que a função existe:

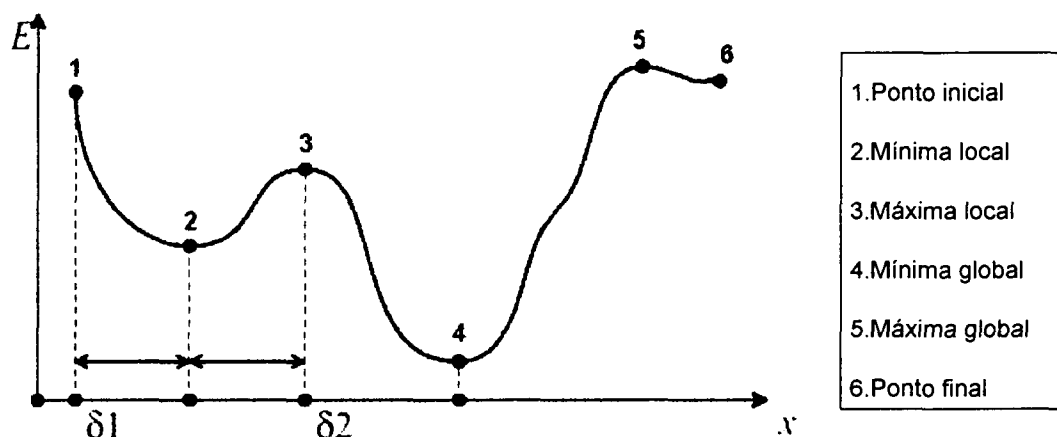
$$E(t_0) < E(t) \quad \forall t: t \neq t_0 \quad (3.33)$$

- b) se t_0 é uma mínima local da função $E(t)$ então existe um intervalo tal qual:

$$E(t_0) < E(t) \quad \forall t \in [t_0 - \delta_1, t_0 + \delta_2]: t \neq t_0 \quad (3.34)$$

A figura 3.5 apresenta graficamente o problema acima.

FIGURA 3.5 - MÍNIMAS E MÁXIMAS PARA UMA FUNÇÃO ESCALAR $E(X)$



O tamanho do passo de deslocamento da *snake* está associado à energia externa. Em regiões de alta energia externa a *snake* poderá se mover com passos largos podendo ultrapassar o contorno procurado. Em áreas de baixa energia externa a *snake* poderá não se mover [Cohen 91].

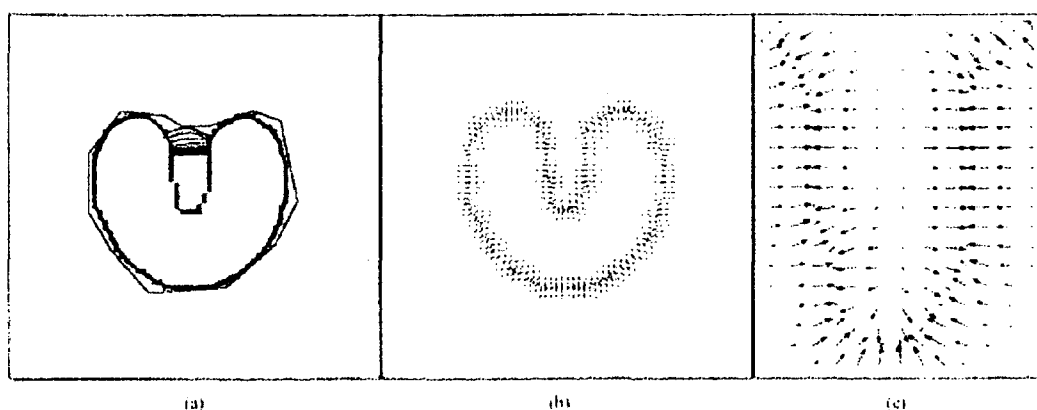
A energia interna da *snake*, responsável por manter a suavidade da curva, pode forçar a convergência a um ponto ou segmento de reta caso a energia externa não seja suficiente para manter o equilíbrio na equação de Euler-Lagrange [Cohen 91, Gunn 97].

Segundo Xu [Xu 98] os motivos para a fraca convergência para determinados contornos são:

- a) as saliências ou concavidades profundas não são alcançadas devido às forças que empurram a *snake* para as bordas do objeto apontarem horizontalmente em sentidos opostos;
- b) a magnitude das forças externas decrescem rapidamente à medida que se afastam do contorno do objeto.

A figura 3.6 demonstra o comportamento de uma *snake* tradicional aplicada a um objeto em forma de U.

FIGURA 3.6 - (A) CONVERGÊNCIA DA SNAKE USANDO (B) FORÇAS POTENCIAIS DO MODELO TRADICIONAL E (C) A AMPLIAÇÃO NA ÁREA DA CONCAVIDADE



Fonte: [Xu 98]

Os problemas acima descritos evidenciam a alta sensibilidade do modelo original à inicialização da *snake*, bem como a dificuldade para a representação de formas não convexas e a impossibilidade de alteração topológica da curva.

3.8 MELHORIAS AO MODELO TRADICIONAL

Alguns métodos têm sido propostos para contornar as limitações do modelo original com o objetivo de aprimorar e facilitar a automatização de segmentação de imagens utilizando *snakes*. A maioria das soluções propostas na literatura atuam na energia externa do modelo de forma a aumentar a área de alcance da *snake* no processo de busca da estrutura de interesse. Outros trabalhos atuam na topologia adicionando a característica de separação e junção da *snake* durante a evolução. Além disso, existem trabalhos relacionados à substituição do modelo de evolução da curva por outro com maior estabilidade numérica que os métodos variacionais.

3.8.1 Programação Dinâmica

Para resolver o problema dos métodos variacionais na minimização da energia, Amini [Amini 90] propôs uma alternativa utilizando programação dinâmica. Esta proposta tem como vantagens:

- a) prover uma busca global a fim de encontrar uma solução mínima global;
- b) maior estabilidade numérica;
- c) a possibilidade de adicionar restrições rígidas, como a distância mínima entre os pontos adjacentes do contorno e a posição dos pontos de contorno.

A minimização da energia no contexto da programação dinâmica pode ser representada como um processo de decisão finito em múltiplos estágios. Partindo do ponto de início da curva, o processo de minimização é definido por um conjunto finito de estágios i_0, i_1, \dots, i_{n-1} cada qual associado a um conjunto finito de escolhas [Amini 90]. Cada escolha implica em um custo. A solução do problema é a seqüência de escolhas que minimiza o custo.

Uma correspondência pode ser feita entre a minimização da funcional de energia interna da *snake* e a minimização da função descrita em (3.35):

$$E(v_1, v_2, \dots, v_n) = E_1(v_1, v_2) + E_2(v_2, v_3) + \dots + E_{n-1}(v_{n-1}, v_n) \quad (3.35)$$

onde cada variável pode assumir somente a possibilidade de m valores. Uma maneira eficiente de encontrar um mínimo para esta função é por meio de programação dinâmica, onde v_i corresponde ao estado da variável no i -ésimo estágio de decisão. Para isto, gera-se uma seqüência de funções de uma variável S_i , i_0, i_1, \dots, i_{n-1} , onde cada valor de S_i é obtido em um processo recursivo de minimização. Por exemplo, para $n=5$ [Amini 90]:

$$\begin{aligned} S_1(v_2) &= \min_{v_1} E_1(v_1, v_2) \\ S_2(v_3) &= \min_{v_2} S_1(v_2) + E_2(v_2, v_3) \\ S_3(v_4) &= \min_{v_3} S_2(v_3) + E_3(v_3, v_4) \\ \min_{v_1, \dots, v_5} E(v_1, v_2, v_3, v_4) &= \min_{v_4} S_3(v_4) + E_3(v_4, v_5) \end{aligned} \quad (3.36)$$

Assumindo E_{int} na equação (3.35), de forma geral, a equação para minimização pode ser descrita como:

$$\begin{aligned} S_k(v_k + 1) &= \min_{v_k} \{S_{k-1}(v_k) + E_k(v_k, v_{k+1})\} = \\ &= \min_{v_k} \{S_{k-1}(v_k) + E_{int}(v_{k-1}, v_k, v_{k+1}) + E_{ext}(v_k)\} \end{aligned} \quad (3.37)$$

onde k representa o estágio e v_k a variável de estado.

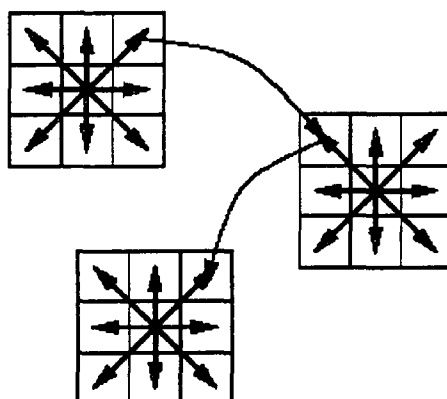
A figura 3.7 ilustra a correspondência entre o conjunto de decisões e os pontos de uma imagem. A solução é encontrada de maneira recursiva procurando o contorno que minimize a função em (3.37).

A principal desvantagem deste modelo está em seu alto custo computacional:

- a) $O(NM^2)$ em termos de memória;
- b) $O(NM^3)$ em termos de complexidade computacional;

onde N é número de pontos e M o número de possíveis escolhas para cada ponto [Giraldi 00].

FIGURA 3.7 – CONJUNTO DE DECISÕES PARA O MÉTODO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ($M=9$). AS DUAS LINHAS CURVAS INDICAM A POSIÇÃO DE ENERGIA MÍNIMA PARA A ITERAÇÃO CORRENTE



3.8.2 Modelo *Balloon*

O modelo *balloon*, proposto por Cohen [Cohen 91], adiciona uma força externa extra ao modelo original de *snakes*. Esta força faz a curva comportar-se como um balão inflando-se em direção às bordas do objeto. A curva ignora contornos fracos parando somente em contornos mais fortes.

Este modelo visa resolver dois problemas do modelo original:

- a) discretização do tempo;
- b) localização inicial da curva.

O primeiro item está relacionado ao tamanho do passo na evolução da *snake* discutida no item 3.7. Para evitar a instabilidade em decorrência das alterações de gradiente da imagem, foi proposta a normalização da energia externa.

O segundo item está relacionado à tendência da *snake* em colapsar, reduzindo-se a um ponto, devido à natureza de sua energia interna. A adição de

uma força de pressão tem o efeito de empurrar a curva em direção ao contorno. A energia externa do modelo original pode então ser reescrita da seguinte forma:

$$E_{ext} = k_1 \bar{n}(s) - k \frac{\nabla P(v(s))}{\|\nabla P(v(s))\|} \quad (3.38)$$

onde $n(s)$ é o vetor unitário normal da curva no ponto $v(s)$, k_1 é a amplitude desta força e k é o peso associado à normalização da energia externa. A mudança de sinal de k_1 acarretará no efeito de deflação ao invés de inflação. Os parâmetros k e k_1 devem ter a mesma ordem de grandeza, sendo menores que o tamanho de um *pixel*, e k deve ser ligeiramente maior que k_1 para que um ponto de borda consiga deter a inflação [Cohen 91].

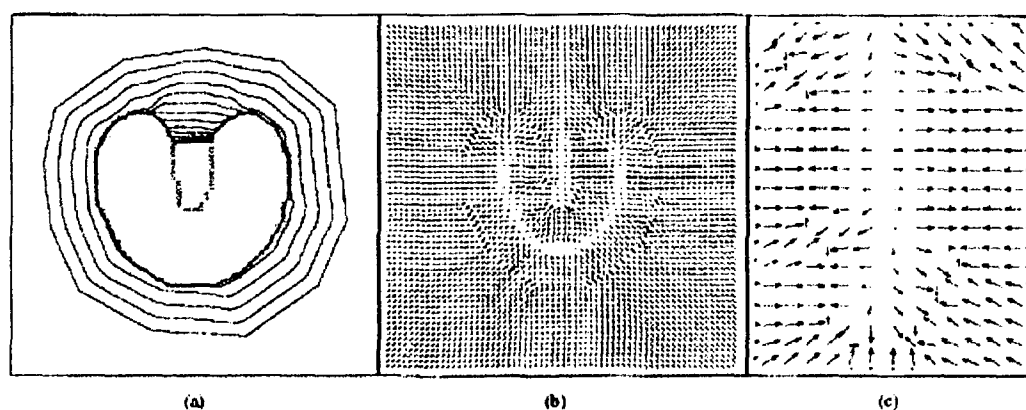
Em [Cohen 93] foi proposta uma alteração no modelo de forças externas do método *balloon* baseada em uma função potencial que depende da distância entre os pontos da *snake* e os pontos mais próximos da borda. A energia externa é dada pelo gradiente negativo de uma função potencial computada por meio de um mapa de distância Euclidiano da imagem [Xu 97]. O resultado desta alteração é o aumento do alcance de captura da *snake*, devido a energia decair mais suavemente, produzindo forças com alta magnitude mesmo em pontos distantes do objeto de interesse. A função potencial substitui a normalização da energia proposta em [Cohen 91].

Também foi proposto o pré-processamento da imagem original por meio de um detector de bordas *Canny-Deriche* com o objetivo de diminuir a sensibilidade a mínimas locais.

Apesar do modelo ser menos sensível às condições iniciais da *snake*, existe um acréscimo no número de parâmetros e, em alguns casos, a curva extrapola o contorno do objeto. Outro problema inerente ao modelo é que, como dependem de forças de pressão, a inicialização deve ser feita de maneira a permitir que a *snake* se expanda ou se contraia em relação ao objeto.

O modelo *balloon* atua apenas na magnitude das forças, como pode ser visto na figura 3.8, não alterando sua direção. Desta forma, este modelo não produz uma correta identificação de concavidades na estrutura de interesse.

FIGURA 3.8 - (A) CONVERGÊNCIA DA SNAKE USANDO (B) O MODELO DE FORÇAS BALLON E (C) A AMPLIAÇÃO NA ÁREA DA CONCAVIDADE



Fonte: [Xu 98]

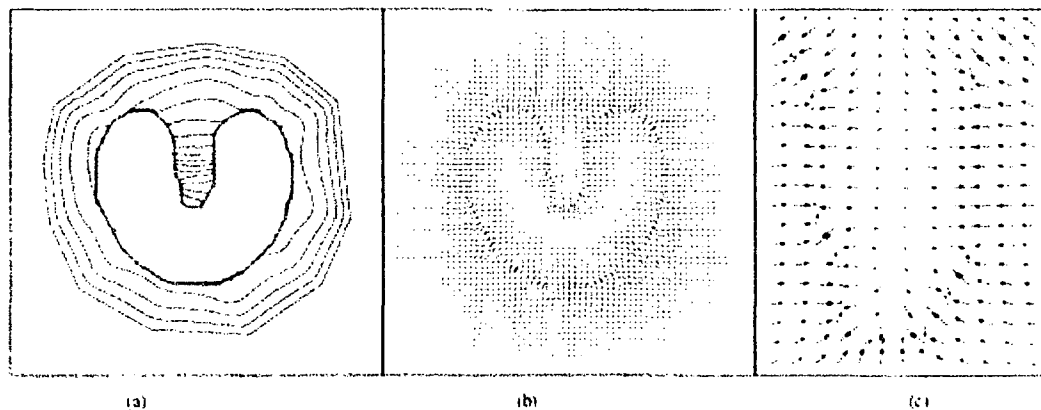
3.8.3 Modelo *Gradient Vector Flow* (GVF)

Uma nova energia externa foi proposta por Xu [Xu 97, Xu 98], chamada *gradient vector flow* (GVF), gerada por meio da difusão dos vetores de gradiente sobre níveis de cinza derivados da imagem. As vantagens do GVF em relação ao modelo tradicional são uma menor sensibilidade em relação à inicialização e à habilidade de reconhecer concavidades profundas.

Ao contrário dos modelos anteriores, a nova força externa não pode ser definida como o gradiente negativo da função potencial. De forma análoga aos modelos que utilizam as forças de pressão, o GVF também expande o campo de forças externas, porém de maneira não conservativa. Ou seja, as forças são maiores ao redor das bordas do objeto, diminuindo gradativamente à medida que se afastam. A energia externa atua também na direção destas forças de maneira a permitir que a

snake penetre em concavidades. A figura 3.9 mostra o comportamento do GVF em um objeto em forma de U.

FIGURA 3.9 - (A) CONVERGÊNCIA DA SNAKE USANDO (B) AS FORÇAS EXTERNAS GVF E (C) A AMPLIAÇÃO NA ÁREA DA CONCAVIDADE



Fonte: [Xu 98]

Analisando o comportamento da energia externa no modelo tradicional, $E_{ext} = -\nabla(v(s))$, podem-se observar três importantes características [Xu 98]:

- a) o gradiente da imagem tem vetores apontando para as bordas;
- b) esses vetores geralmente possuem maior magnitude nas proximidades de uma borda;
- c) em regiões homogêneas da imagem o gradiente é próximo de zero.

A primeira característica é desejável porque proporciona a estabilidade da *snake* próximo a uma borda. Entretanto, a segunda característica limita a área de alcance e a terceira característica impede que em regiões homogêneas existam informações de bordas próximas ou distantes. O objetivo do modelo GVF é estender o mapa de gradiente da imagem nas bordas e nas regiões homogêneas usando um processo de difusão. Outro importante benefício do processo de difusão é criar vetores que apontem para as regiões côncavas da imagem [Xu 98].

O campo GVF pode ser definido como um campo vetorial $g(x,y)=(u(x,y),v(x,y))$ que minimiza a funcional de energia:

$$E = \iint \mu(u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) + |\nabla f|^2 |g(x,y) - \nabla f|^2 dx dy \quad (3.39)$$

onde $|\nabla f|$ é um mapa de bordas derivado da imagem $I(x,y)$ e μ é o parâmetro de regularização que controla a relação entre o primeiro e o segundo termo.

A formulação variacional segue o princípio básico de suavizar o resultado. Quando $|\nabla f|$ é pequeno, a energia é dominada pela soma dos quadrados das derivadas parciais do campo vetorial, produzindo um campo suave. Por outro lado, quando $|\nabla f|$ é grande, o segundo termo domina a funcional, e é minimizado quando $g(x,y) = \nabla f$. Isto produz o efeito de manter $g(x,y)$ praticamente igual ao gradiente de uma borda, quando este é alto, porém forçando o campo a variar suavemente em regiões homogêneas. O parâmetro μ deverá ser ajustado de acordo com a presença de ruído na imagem. Quanto maior o ruído, mais alto deve ser o valor de μ [Xu 98].

Utilizando o cálculo variacional, o campo GVF pode ser obtido resolvendo as seguintes equações de Euler:

$$\mu \nabla^2 u - (u - f_x)(f_x^2 + f_y^2) = 0 \quad (3.40)$$

$$\mu \nabla^2 v - (v - f_y)(f_x^2 + f_y^2) = 0 \quad (3.41)$$

onde ∇^2 é o operador Laplaciano. Deve-se observar que, em regiões homogêneas, onde $I(x,y)$ é constante, o segundo termo da equação é zero porque o gradiente de $f(x,y)$ é zero. Desta forma, dentro destas regiões, u e v são determinados pela equação de Laplace. O campo GVF é interpolado a partir das bordas da região, refletindo um tipo de competição entre os vetores de bordas. Portanto, os vetores resultantes apontam para dentro das fronteiras côncavas [Xu 98].

Apesar deste modelo ser menos sensível às condições iniciais e conseguir representar objetos de natureza não convexa, existem casos em que a *snake* pode apresentar falhas quando é iniciada longe do contorno [Dumitras 01].

3.8.4 Modelos Topológicos

Modelos deformáveis com adaptação de topologia foram propostos nos trabalhos de Caselles [Caselles 92] e Malladi [Malladi 95] sumarizados em Montagnat [Montagnat 00] e Xu [Xu 01]. Também conhecidos como modelos geométricos ou implícitos, utilizam a forma implícita para representação da *snake*, a qual evolui de acordo com a formulação Euleriana, em contrapartida à formulação Lagrangeana do modelo original [Montagnat 00, Xu 01].

Os modelos implícitos têm como principal vantagem a facilidade de incorporar alterações topológicas e flexibilidade geométrica por meio de divisões e junções da *snake*, sendo apropriados para representar formas complexas ou com topologia desconhecida [McInerney 95]. Porém, apresentam um aumento do custo computacional [Montagnat 00], bem como, menor conveniência em termos de formulação matemática, análise e visualização de formas e interação com o usuário [McInerney 95].

Outra desvantagem dos modelos implícitos, segundo Yezzi [Yezzi 97], deve-se ao fato da velocidade de evolução da curva somente diminuir sobre uma borda, geralmente transpondo a característica procurada.

O modelo de Topologia Adaptável (*T-Snakes*) [McInerney 95, McInerney 97] combina a representação paramétrica do modelo tradicional com a flexibilidade geométrica e topológica dos modelos implícitos. A idéia básica deste método é imergir o modelo de *snakes* em uma decomposição celular do domínio de interesse.

Segundo Giraldi [Giraldi 00] o modelo *T-Snakes* possui 3 elementos básicos:

- a) a decomposição simplicial do domínio de interesse;

- b) um modelo discreto de *snakes*, o qual propõe a utilização de uma força externa de pressão [Cohen 91];
- c) uma função característica que distingue o interior do exterior da *snake*.

A decomposição do domínio é feita por meio de uma decomposição simplicial que tem a característica de não apresentar ambigüidades na geração das aproximações poligonais para as curvas. Em uma decomposição celular simplicial, também chamada de triangulação, o espaço é particionado dentro de células definidas por *simplices*, onde *n-simplex* é a representação de um objeto na dimensão n . Por exemplo, para \mathbb{R}^2 um *2-simplex* é um triângulo e para \mathbb{R}^3 um *3-simplex* é um tetraedro [McInerney 00]. O modelo é construído subdividindo o espaço em uma malha uniforme e a triangulação é obtida subdividindo cada elemento desta malha em $n!$ *simplices*, como podemos ver na figura 3.10 [McInerney 95]. Para \mathbb{R}^2 , cada subdivisão contém 2 triângulos e para \mathbb{R}^3 , cada subdivisão contém 6 tetraedros.

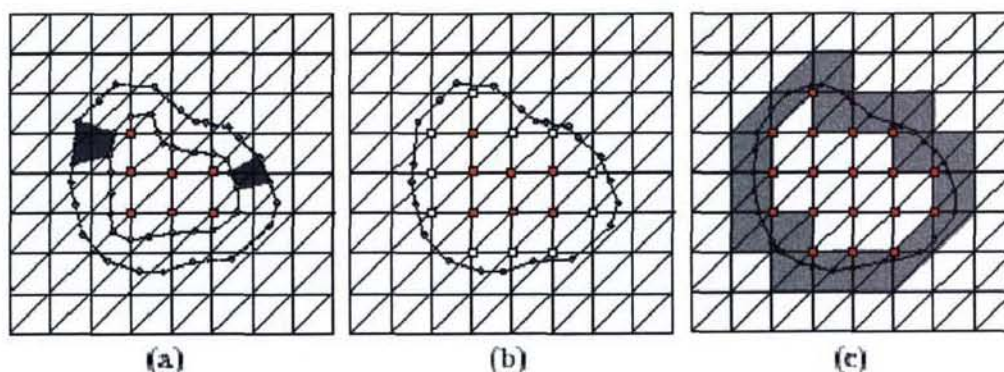
FIGURA 3.10 - APROXIMAÇÃO SIMPLICIAL DO CONTORNO UTILIZANDO A TRIANGULAÇÃO FREUDENTHAL



A cada iteração do modelo variacional, a *snake* move-se para uma nova posição obedecendo a uma condição de entropia existente no modelo implícito [Malladi 95]. A condição adotada é que *uma vez que um nó é queimado, ele permanecerá queimado*. Ou seja, se um ponto se tornou interior à *snake* pela expansão do contorno, este permanecerá interior durante toda a sua evolução, como apresentado na figura 3.11.

FIGURA 3.11 - PROCESSO DE REPARAMETRIZAÇÃO DE UM CONTORNO

(A) AS REGIÕES SOMBREADAS MOSTRAM EXEMPLOS DE NÓS QUE SERÃO "QUEIMADOS" PELA EXPANSÃO DO CONTORNO. (B) OS NOVOS NÓS QUEIMADOS (VÉRTICES CLAROS) ADICIONADOS AOS CORRENTES NÓS QUEIMADOS (VÉRTICES ESCUROS). (C) O NOVO CONTORNO APÓS UM PASSO DE DEFORMAÇÃO COM TODOS OS NÓS QUEIMADOS NO PROCESSO



Fonte: [McInerney 97]

Esta condição de entropia tem a finalidade de restringir a oscilação da curva e também permitir a definição de um critério de parada. Para cada triângulo da malha são computados os nós queimados e é determinado um novo contorno. Após cada passo da evolução da *snake*, a função característica é atualizada determinando o conjunto de nós que foram queimados durante o processo. Os elementos (triângulos) do modelo são associados a uma temperatura baseada no número de deformações [McInerney 00]. Um limiar, chamado de ponto de congelamento, é estabelecido empiricamente. A condição de equilíbrio da *snake* é alcançada quando a temperatura cair abaixo desse limite. Quando o equilíbrio for atingido a malha pode ser desabilitada e a curva pode evoluir de acordo com o modelo tradicional [McInerney 97].

Esse modelo resolve os problemas de representação de formas tubulares, de saliências e de bifurcações. Entretanto possui algumas limitações. A condição de entropia restringe a evolução da *snake* em apenas expansão ou contração podendo

dificultar o processo de interação com o usuário. A flexibilidade geométrica da *T-Snake* é controlada pela malha de *simplexes*. Para um resultado mais preciso em casos em que a estrutura de interesse possua cavidades profundas, deverá ser aumentada a resolução da malha, incrementando o custo computacional. A reparametrização da *snake* durante o processo de deformação pode ser insuficiente para impedir que a curva ultrapasse contornos mais fracos ou pequenas fendas, gerando uma perturbação no contorno. Para solucionar este problema é necessário o refinamento da solução utilizando um modelo não topológico, como o modelo clássico, ou suas extensões *balloon* ou GVF [McInerney 97]. Para a obtenção de uma solução precisa, o método deverá ser inicializado próximo ao contorno desejado [Giraldi 00].

3.8.5 Modelo *Dual-Snake*

O modelo Dual [Gunn 97] consiste na geração de duas curvas interligadas de modo que:

- a) uma expande a partir do interior do objeto de interesse;
- b) a outra contrai a partir do exterior do objeto de interesse.

O modelo de energia interna da *snake* é substituído por uma restrição na distância entre os pontos de controle em conjunto com um modelo local para a forma da curva. A tendência da *snake* colapsar é substituída pela propensão em assumir a forma de um polígono regular. Esta característica é necessária para manter a correspondência entre os pontos da curva interna e da externa durante o processo de evolução.

Após os contornos serem inicializados, interna e externamente ao objeto de interesse, cada um deverá evoluir até atingir alguma mínima local. Caso ambas as curvas tornem-se estacionárias, a curva com maior energia se moverá com a ajuda de uma força adicional (*driving force*) em direção à outra. Esta força que está

orientada para um ponto do outro contorno é responsável por retirar a curva de mínimas locais. Quando a energia desta curva for menor, remove-se a força adicional aplicando-a à outra curva. O processo se repete até que as curvas encontrem o mesmo resultado.

A força adicional é controlada por um critério baseado em um limiar, o qual deve ser adequadamente definido para evitar oscilações na acomodação da *snake* [Gunn 97].

A utilização de duas curvas torna o método mais apto a rejeitar mínimas locais, garantindo maior robustez [Gunn 97]. Entretanto, a necessidade de correspondência entre os pontos das *snakes* e o estabelecimento a priori dos modelos de forma consistem em desvantagens do modelo.

3.8.6 Modelo *Dual-T-Snake*

Este modelo unifica os modelos *T-Snake* e *Dual* em uma única abordagem. Proposto por Giraldi [Giraldi 00, Giraldi 01], tem como objetivo unir as características topológicas do modelo *T-Snake* com a robustez do método *Dual* em rejeitar mínimas locais.

O método adiciona o comportamento topológico à curva externa do *Dual*, proporcionando a habilidade de se dividir. Enquanto isso, curvas definidas internamente ao objeto tendem a se expandir em direção às bordas deste objeto. Para a evolução das curvas é utilizado o *T-Snake*, substituindo o modelo restritivo de formas do *Dual* e a força adicional pela energia da imagem sobre as *snakes* e por uma restrição de afinidade. Duas diferentes definições da energia da imagem são utilizadas:

- a) $E_{exterior}$: Energia do contorno externo;
- b) $E_{interior}$: Energia dos contornos internos.

Se $E_{interior} > E_{exterior}$, uma curva interna deve ser escolhida de acordo com a restrição de afinidade. Caso contrário, se $E_{exterior} > E_{interior}$, a curva externa será evoluída. O balanceamento entre a energia e a afinidade nas *snakes* internas e externas permitem a rejeição de mínimas locais [Giraldi 00, Giraldi 01].

Entretanto o modelo *Dual-T-Snake* não é um método de finalização. Na verdade, o seu principal objetivo é a redução do espaço de busca para permitir que um método utilizando programação dinâmica encontre os contornos finais. A redução do espaço de busca diminui o problema de custo computacional associados à programação dinâmica.

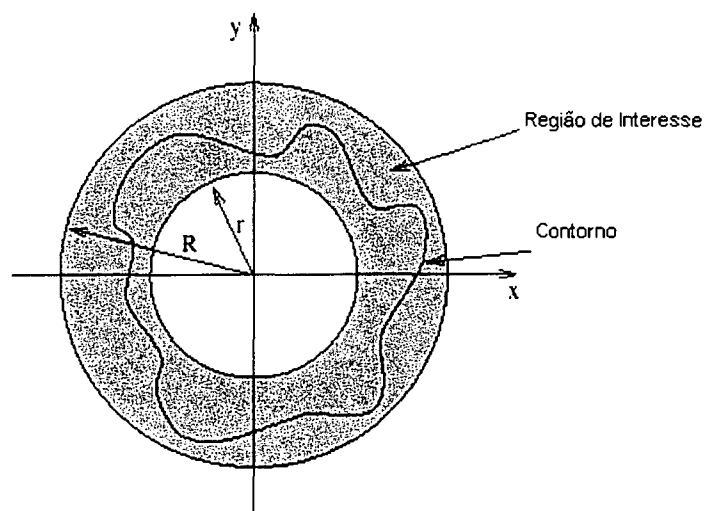
Outro problema é a necessidade de interação com o usuário para definir os contornos internos e externos na estrutura de interesse. Um método automático de inicialização para o *Dual-T-Snake* é proposto em [Giraldi 01].

3.8.7 Modelo Genético *Genetical-Snakes*

O uso de AG para restringir as limitações de *snakes* ao domínio do problema foi proposto por Ballerini [Ballerini 99]. Nesta abordagem, as coordenadas da *snake* são codificadas em cromossomos utilizando o código Gray [Hollstien 71]. Para fins de simplificação da implementação, coordenadas polares foram utilizadas. Uma população inicial é aleatoriamente gerada em uma região de interesse na qual surgirá a solução. Essa região é definida pelo usuário e é compreendida entre dois raios, r e R (a mínima e a máxima magnitude permitida para as curvas), conforme a figura 3.12 [Ballerini 99].

A função de avaliação é o total da energia de *snake* definida na equação (3.13). A evolução do AG foi implementada por meio de seleção por roleta, com cruzamento em dois pontos e mutação simples, com taxas de 60% e 0,006% respectivamente. A técnica escalonamento sigma, definida em Goldberg [Goldberg 89], também foi utilizada.

FIGURA 3.12 – INICIALIZAÇÃO DA SNAKE GENÉTICA



No trabalho de Ballerini, a utilização de AG em conjunto com *snakes* forneceu uma solução robusta para a sensibilidade da inicialização, bem como na obtenção de uma solução mínima global dentro da região de interesse. Entretanto, Ballerini propôs também a alteração da energia externa considerando, além da magnitude, a direção do gradiente da imagem.

Outra abordagem de algoritmos genéticos com *snakes* foi proposta por Fan [Fan 02]. Em seu trabalho, propõe a utilização de algoritmos genéticos em conjunto com o modelo tradicional para a segmentação volumétrica.

De maneira contrária a Ballerini, em que o AG executa uma busca a fim de encontrar a curva para iniciar a *snake*, na proposta de Fan o AG é executado após a geração de uma curva pelo modelo tradicional. O modelo divide-se em duas etapas:

- a) execução da *snake* tradicional gerando um contorno inicial próximo à estrutura de interesse. Neste caso, uma superfície, por tratar-se de segmentação volumétrica (3D);

- b) execução do algoritmo genético paralelo refinando a solução encontrada no estágio anterior.

Em um algoritmo genético paralelo a população é dividida em subpopulações, as quais evoluem paralelamente de forma isolada. Periodicamente os melhores indivíduos de uma subpopulação migram para uma subpopulação vizinha substituindo os seus piores indivíduos [Fan 02]. Neste método a população inicial é criada aleatoriamente a partir da superfície gerada na primeira etapa e subdividida em 5 populações com 80 indivíduos. Os cromossomos são codificados como 3 matrizes de duas dimensões em que os elementos são descritores de Fourier.

3.8.8 *B-Snakes*

A utilização de *B-Splines* em conjunto com *snakes* foi proposta na literatura por Menet [Menet 90] segundo [Montagnat 00]. O contorno é aproximado por uma curva *B-Spline* que controla sua tensão e rigidez. Desta forma, a componente interna da equação de energia é substituída pela *B-Spline*.

Entre as vantagens do modelo *B-Snake* destacam-se [Brigger 00]:

- a) não necessita associar pesos (α e β) à curva;
- b) menor número de pontos na curva;
- c) o controle local da curva.

Entretanto, como a proposta consiste em apenas alterar a componente de energia interna do modelo tradicional, as mesmas desvantagens em relação ao processo de minimização de Euler-Lagrange são mantidas. Em outras palavras, uma *B-Snake* também pode ficar presa a uma mínima local. Além disso, os pontos de controle da *B-Spline* não fazem parte da curva, podendo haver problemas na localização do objeto de interesse. O equilíbrio da curva pode ser alcançado antes da borda da estrutura de interesse [Jensen 00].

Flickner [Flickner 94] aborda a utilização de *B-Snakes* em conjunto com uma técnica chamada de gradiente conjugado para a energia externa. Stammberger [Stammberger 98] e Brigger [Brigger 98, Brigger 00] utilizaram *B-Snakes* em uma abordagem multiescala. A curva é iniciada em uma escala de menor resolução da imagem avançando para escalas com maior resolução a fim de encontrar uma mínima global [Rueckert 96]. O problema dos modelos multiescala é a necessidade de processamento adicional para representar a imagem em várias escalas.

3.8.9 Outros modelos

O algoritmo de *greedy* [Williams 92] consiste de uma outra solução para a minimização de energia. Este método é baseado no modelo de programação dinâmica permitindo acréscimo de restrições rígidas no processo de minimização, porém utiliza uma busca local ao invés de uma busca global. Desta forma, a complexidade computacional é da ordem de $O(NM)$, mantendo a estabilidade numérica da programação dinâmica. O algoritmo *greedy* utiliza o mesmo espaço de busca que a programação dinâmica, porém cada ponto é movido por uma função baseada em uma consideração local. Além disso, utiliza diferenças finitas para a função de energia em contrapartida a função recursiva proposta por Amini [Jansen 00].

A principal vantagem é a redução do custo computacional mantendo as características de estabilidade numérica da programação dinâmica. A desvantagem é de não garantir que a solução encontrada seja uma mínima global.

Lam [Lam 94] propôs uma pequena melhoria ao modelo *greedy*. Em sua pesquisa constatou que a energia das posições vizinhas à localização do menor valor de energia também possuem valores pequenos. Conseqüentemente, o tempo computacional necessário para a busca de uma nova posição pode ser reduzido pela busca em vizinhos de maneira alternada [Lam 94]. A figura 3.13 apresenta o

padrão original de pesquisa e a alteração proposta por Lam. Este algoritmo tem a mesmo desempenho que o algoritmo *greedy* convencional, $O(NM)$. Contudo, o tempo computacional é reduzido em média de 30% [Lam 94].

FIGURA 3.13 - (A) PADRÃO DE BUSCA NO MODELO *GREEDY* E (B) PADRÃO DE BUSCA NO MODELO *FAST GREEDY*



Uma outra abordagem de otimização do modelo de Amini é sugerida por Kang [Kang 99]. Neste estudo, a energia interna é alterada de maneira a impor o mesmo sentido e deslocamento aos pontos de controle adjacentes. Esta nova energia interna faz com que sejam necessários dois vértices sucessivos no cálculo da curvatura da *snake*, no modelo de Amini são necessários três pontos consecutivos, diminuindo o custo computacional para $O(NM^2)$ [Kang 99].

Um modelo estatístico foi proposto por Ivins [Ivins 94a]. Basicamente a força de pressão [Cohen 91, Cohen 93] é controlada em função de características estatísticas dos dados da imagem. Esta *snake* estatística se expande enquanto não ultrapassar um limite definido pelo usuário. Quando este limite é ultrapassado a força de pressão é revertida fazendo com que a curva se contraia [Ivins 94a].

Além da força de pressão, a tensão (α) e a rigidez (β) podem ser ajustadas durante o processo de minimização mantendo o equilíbrio da energia [Ivins 94a]. Entretanto, esta reparametrização implica no cálculo da matriz inversa de pesos do modelo de diferenças finitas [Ivins 96]. Além disso, para se obter um resultado satisfatório é necessário que uma parte da curva sobreponha a estrutura de interesse e que os parâmetros estatísticos sejam apropriados [Ivins 94b]. A escolha

de parâmetros apropriados tem o objetivo de fazer com que a curva se expanda ou se contraia de acordo com uma região inicial definida pelo usuário [Ivins 96].

O método *tube snake* [Jensen 00] oferece uma alternativa para representação de estruturas estreitas e alongadas. Esta *snake* é definida em um contexto *tridimensional* com duas diferenças básicas ao modelo tradicional:

- a) a topologia é fixa, baseado em um cilindro ou tubo;
- b) na definição da energia externa, além do potencial da imagem, é considerada a projeção do contorno.

A habilidade de representar estruturas tubulares, devido a sua topologia fixa, pode ser considerada a sua principal desvantagem na representação de formas não correspondentes a esta estrutura.

Law [Law 01] utilizou a técnica de região deformável em conjunto com *snakes* para a extração de contornos de estruturas de interesse. O método de região deformável é responsável por procurar a maior área com a mesma distribuição de tons de cinza utilizando um método de encolhimento e crescimento. A distância de Kolmogorov-Smirnov é empregada para testar se os pontos do contorno e o objeto de interesse possuem o mesmo nível de cinza, como apresentado na equação (3.42):

$$D = \max_{0 \leq g_s \leq 255} |F_B(g_s) - F_O(g_s)| \quad (3.42)$$

onde F_O e F_B representam a frequência de distribuição dos níveis de cinza no objeto e no contorno respectivamente. A hipótese $F_O = F_B$ é aceita quando $D > d$, e d é definido como:

$$d = \frac{c}{\sqrt{\frac{A \cdot L}{A + L}}} \quad (3.43)$$

onde c é o nível de significância do teste, A é a área do objeto e L é o comprimento do contorno [Law 01].

Quando $D > d$, a região do contorno é diferente da região do objeto de interesse. Então o algoritmo de encolhimento deforma a região a fim de encontrar $D < d$, neste ponto a homogeneidade da região pode ser garantida. Entretanto, nesta condição, o contorno estará dentro da estrutura de interesse. Assim, o algoritmo de crescimento é executado até que $D > d$. Após cada encolhimento e crescimento, a nova região é comparada com a região da execução anterior. A condição de parada é estabelecida quando a região encontrada não sofrer alterações. O algoritmo de região deformável aproxima o contorno ao objeto de interesse fornecendo a condição de inicialização da *snake*.

4 SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS MÉDICAS

Com o progresso das técnicas de obtenção de imagens médicas, novas abordagens na manipulação de dados médicos se tornaram necessárias. Equipamentos de ressonância magnética são capazes de evidenciar estruturas macroscópicas, como tumores cerebrais, processos inflamatórios em evolução e fraturas ósseas. A extração das estruturas contidas em volumes de dados médicos requer a utilização de segmentação de imagens. Segmentar implica em subdividir uma imagem em suas partes ou objetos constituintes [Gonzalez 00]. A segmentação fundamenta-se na extração ou isolamento das partes importantes de uma imagem em um determinado contexto.

4.1 AQUISIÇÃO DE DADOS POR RESSONÂNCIA MAGNÉTICA

A Imagem por Ressonância Magnética (MRI), ou Ressonância Nuclear Magnética, primeiramente investigada por Bloch em 1946, em Stanford, e em seguida por Purcell, em Harvard, é um dos maiores avanços da medicina no que diz respeito ao diagnóstico por imagem [Prado 98].

A MRI é produzida por meio de sinais de rádio-freqüência emitidos pelo núcleo dos átomos de hidrogênio nos tecidos após serem perturbados por um pulso magnético homogêneo e de forte intensidade.

Dentre as vantagens da MRI em relação a outras formas de aquisição de imagens médicas destacam-se:

- a) produção de contraste de tecidos sem a necessidade de agentes de contraste externo;
- b) segurança, já que não usa radiação ionizante, permitindo a realização de estudos freqüentes sobre o paciente;

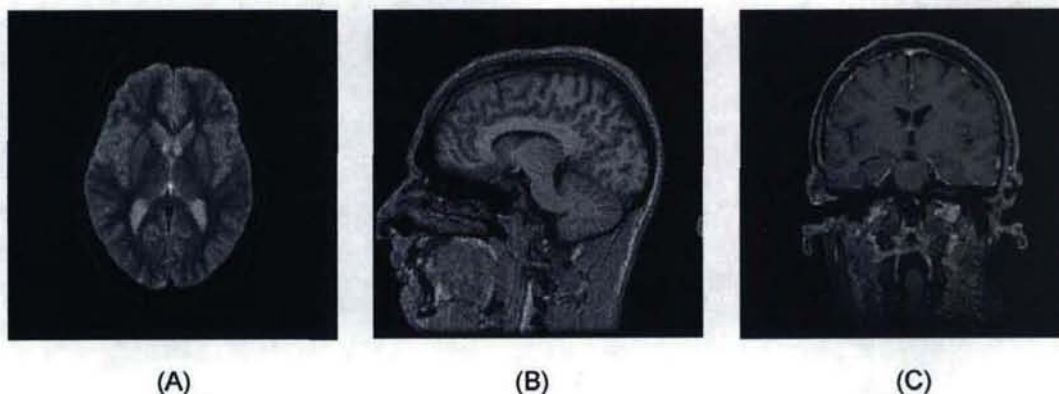
- c) capacidade de promover cortes tomográficos em muitos e diferentes planos, dando uma visão panorâmica da área do corpo de interesse, provendo, por exemplo, indicação de lesões intracranianas;
- d) mostrar características de diferentes tecidos do corpo;
- e) detecção de doenças antes do aparecimento de grandes mudanças anatômicas ou fisiológicas [Paiva 99].

O contraste das imagens é baseado nas propriedades dos diferentes tecidos relacionados à densidade de núcleos de hidrogênio e aos tempos de relaxamento dos núcleos de hidrogênio naquele material. Existem dois tipos de contrastes baseados em tempos de relaxamento: T1 e T2. Além disso, podem ser adicionados agentes de contraste, como o Gadolínio, para o realce de estruturas como artérias e tumores. Os agentes de contraste utilizados em MRI são mais seguros e causam menor número de reações adversas em relação aos utilizados em outras modalidades de aquisição de imagens médicas [Oliveira 99].

A imagem resultante é um mapa de intensidades de radiofrequência emitida pelos tecidos, como pode ser visto na figura 4.1. Com o controle do espaço e amplitude dos gradientes, os técnicos podem programar perfis únicos para isolar planos de dados arbitrários. Características de tecidos específicos podem ser isoladas, permitindo que técnicos e físicos identifiquem um tumor ou inflamação no tecido [Freitas 02].

A imagem MRI tem como característica a inexistência de uma escala de valores absolutos para um determinado conjunto de materiais, por exemplo, ar, água, tecidos cerebrais, gordura e osso. Existe uma sobreposição espectral das intensidades de diferentes classes de tecidos, apresentando um sinal não homogêneo, variando espacialmente e de forma suavizada. Isto dificulta os processos de classificação e segmentação de tais imagens durante os processos de visualização [Dometerco 02].

FIGURA 4.1 - EXEMPLO DE IMAGENS OBTIDAS POR MRI. (A) CORTE AXIAL, (B) CORTE SAGITAL, (C) CORTE CORONAL.



4.2 O PADRÃO DICOM PARA A MANIPULAÇÃO DE IMAGENS MÉDICAS

Com o intuito de resolver o problema dos vários formatos proprietários para manipulação de imagens médicas, o padrão DICOM (*Digital Imaging and Communication in Medicine*) foi proposto pelo ACR (*American College of Radiology*) em conjunto com o NEMA (*National Electrical Manufacturers*).

O DICOM permite a manipulação de imagens médicas de maneira independente da plataforma utilizada para a aquisição destas imagens. Além disso, possibilita o armazenamento de informações do paciente e das configurações utilizadas no processo de aquisição.

Neste trabalho serão utilizadas imagens em MRI adquiridas em formato DICOM. Para a leitura destas imagens será utilizada a ferramenta desenvolvida dentro do programa de projetos no qual está inserido este trabalho [Dometerco 02].

4.3 APLICAÇÃO DE SNAKES NA SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS MÉDICAS

A aplicação de *snakes* na segmentação de imagens médicas vem recebendo inúmeras contribuições acadêmicas. Modelos deformáveis bidimensionais e tridimensionais têm sido utilizados para a segmentação,

visualização, busca e quantificação de uma variedade de estruturas anatômicas, tanto macroscópicas quanto microscópicas. Estas estruturas anatômicas incluem cérebro, coração, face, artérias, retina, pulmões, estômago, fígado, vértebras, tumores cerebrais, feto, e também estruturas celulares, como neurônios e cromossomos [McInerney 96].

Em [Xu 99] é proposta a utilização do modelo GVF em conjunto com segmentação *fuzzy*¹ na reconstrução completa do córtex cerebral humano obtido por meio de imagens de ressonância magnética. McInerney propõe em seus estudos [McInerney 95, McInerney 96 McInerney 97, McInerney 00] a utilização de *T-Snakes* na segmentação de imagens médicas complexas provenientes de diferentes técnicas de aquisição. As aplicações estudadas incluem a segmentação de vasos sanguíneos em angiografia da retina, de moldes de vértebras, do ventrículo esquerdo do coração e da artéria aorta em imagens de tomografia computadorizada, do córtex cerebral em imagens de ressonância magnética e do sistema vascular cerebral em angiografias por ressonância magnética (MRA). A visualização volumétrica do sistema vascular cerebral em imagens de MRA é abordada por Jensen [Jensen 00]. Em seu trabalho é aplicada a técnica *tube snake*.

Em [Cohen 91, Cohen 93] é utilizado o modelo *balloon* na análise de imagens de ultra-sonografia, na reconstrução do ventrículo esquerdo do coração e reconstrução facial com imagens de ressonância magnética. Ranganath [Ranganath 95] também abordou o uso de *snakes* na extração de contornos em imagens cardíacas de ressonância magnética.

Ballerini [Ballerini 99] combinou AG com *snakes* com o objetivo de diagnosticar a retinopatia diabética automatizando a análise da Zona Avascular da Fóvea (ZAF). A análise da ZAF é uma das maneiras de diagnosticar prematuramente a retinopatia diabética. A retinopatia diabética é uma das principais

¹A tradução de *fuzzy* é nebuloso, mas o termo tem seu uso consagrado na literatura em sua forma original.

causas de cegueira em adultos. A obstrução dos vasos capilares da retina produzem uma dilatação da ZAF, assim como mudanças em seu contorno, como entalhes e recortes [Bresnick 84]. A detecção dos limites da ZAF é considerada o passo inicial em alguns tipos de análise. Com isso, Ballerini obteve resultados favoráveis na segmentação da ZAF se comparado com os métodos de seleção manual e de uso de limiares (*threshold*).

Outra abordagem de AG e *snakes*, proposta por Fan [Fan 02], foi utilizada na segmentação volumétrica dos ventrículos laterais do cérebro por meio de imagens de ressonância magnética.

Lam [Lam 01] utilizou a técnica de região e contornos deformáveis, descritas no capítulo anterior, para a extração de contornos de tumores em fatias de imagens de ressonância magnética. Em sua proposta, um especialista seleciona um plano inicial em uma fatia com a provável incidência do tumor. Em seguida o algoritmo de região deformável aproxima a região selecionada do contorno procurado e posteriormente o método *snake* é iniciado.

Este método foi comparado com a seleção manual das imagens de tumores nas fatias 2D por um radiologista, conseguindo cobrir até 80% das fatias em que existia uma boa resolução do tumor. Porém, não conseguiu reconhecer os contornos do tumor em algumas fatias em que era comprovada sua existência pelo especialista.

Ivins [Ivins 94b, Ivins 96] aborda a utilização de *snakes* para a segmentação de tumores cerebrais. Com uma abordagem diferente, em seu estudo, é proposto um modelo semi-automático para a segmentação de tumores utilizando a técnica de *snake* estatística.

4.4 ESCOLHA DE UM MODELO ADEQUADO DE SNAKES PARA A SEGMENTAÇÃO DE TUMORES CEREBRAIS

Na escolha de um modelo de contornos ativos para a segmentação de imagens médicas, algumas considerações podem ser discutidas segundo McInerney [McInerney 96].

4.4.1 Autonomia ou Controle

Algoritmos interativos e algoritmos automáticos representam duas abordagens no processamento de imagens médicas. Interpretação automática de imagens médicas é desejável, entretanto muito difícil. É necessário resolver problemas de desempenho, precisão e consistência no contexto dos algoritmos automáticos. Contudo, metodologias interativas ou semi-automáticas são predominantes na prática principalmente em aplicações onde interpretações errôneas são inaceitáveis.

Em [Ho 02, Kaus 99, Moon 02a, Moon 02b] foi estudada a segmentação automática de imagens médicas aplicada à identificação de tumores cerebrais. Nesses trabalhos foram utilizados modelos estatísticos baseados no histograma das imagens na classificação dos tecidos. De maneira análoga aos métodos interativos, modelos automáticos necessitam do contraste obtido nas imagens de MRI (T1, T2 ou com agente de contraste) no processo de segmentação. Desta forma, podem existir falhas nas imagens em que o contraste não consiga representar corretamente a delimitação do tumor. Ainda que nos casos estudados o percentual de acerto na identificação de alguns tumores tenha chegado a 90% em comparação à segmentação manual, o percentual não identificado implica em uma intervenção do especialista médico nesta correção.

4.4.2 Generalidade ou Especificidade

Idealmente um modelo deformável é capaz de representar uma extensa variedade de formas, as quais podem ser úteis em um amplo número de aplicações médicas. Generalidade é a base dos modelos deformáveis como *snakes*, que utilizam-se de formulações paramétricas para a representação de formas. Entretanto, conhecimento altamente específico ou restrições de deformação podem ser necessários em determinadas aplicações. Certamente em um processo completo e automático de segmentação de imagens médicas pode ser necessário um modelo específico.

4.4.3 Compacidade, Cobertura Geométrica ou Flexibilidade Topológica

A geometria do modelo pode ser avaliada de acordo com sua formulação, poder de representação e flexibilidade topológica. Modelos paramétricos, além de parcimoniosos, provêm uma grande cobertura de formas. Modelos implícitos, apesar de mais complexos, possuem maior flexibilidade topológica. Crescentemente, estudos estão sendo feitos no desenvolvimento de modelos híbridos que combinam estas características complementares. Para objetos com uma topologia simples e fixa, sem a presença de saliências significativas, modelos paramétricos com deformação global ou local provêm uma boa solução, sendo sua representação matemática compacta e descritiva. Por outro lado, a segmentação de objetos de topologia complexa, contendo ramificações ou saliências significativas, como artérias e vértebras pode não ser adequadamente solucionadas por estes modelos.

4.4.4 Curva ou Superfície

Com a intenção de expandir o papel das imagens médicas nas tarefas de simulação ou planejamento cirúrgico, bem como no planejamento radioterápico, é importante a visualização volumétrica das estruturas de interesse. Embora originalmente introduzidas em um contexto bidimensional (2D), *snakes* podem ser estendidas ao contexto tridimensional (3D) sem grandes dificuldades. Alguns trabalhos referentes à representação de superfícies são encontrados em [Cohen 93, McInerney 97, Xu 98, Fan 02] entre outros.

4.4.5 Precisão e Poder Quantitativo

Idealmente deve ser possível mensurar e controlar a precisão de um modelo deformável. O mais comum controle de precisão pode ser obtido na escolha de um modelo global ou local (*spline*) para a evolução da curva, ou na reposição dos pontos do modelo incrementando sua densidade em áreas em que o objeto de interesse apresente uma rápida variação em sua forma. A formulação paramétrica pode produzir uma descrição precisa do objeto, bem como prover informação quantitativa sobre o objeto de forma intuitiva e conveniente. Isto pode ser necessário em operações de comparação, medição, modificação, renderização e análise de alto nível de imagens.

4.4.6 Robustez

Modelos deformáveis são hábeis para incorporação de informações que podem ampliar a robustez na recuperação de formas ou objetos de interesse. Alguns modelos de *snakes* incorporam ambas características baseadas em regiões da imagem tais como as bordas. Por exemplo, restrições em relação à forma do objeto

podem ser incorporadas com um pré-processamento de baixo nível da imagem. A abordagem tradicional [Kass 88] aperfeiçoa o modelo utilizando técnica de pré-processamento da imagem em múltiplas escalas. O modelo deformável deve estar apto para a adição de restrições ou conhecimento anatômico *a priori*. Técnicas de inteligência artificial podem adicionar raciocínio e reconhecimento aos modelos deformáveis.

4.4.7 Conclusões

Algumas considerações podem ser feitas de acordo com as características gerais de tumores cerebrais :

- a) existe um grande número de tipos, os quais variam em tamanho, formato, localização, composição de tecidos e homogeneidade [Kaus 99];
- b) podem não ser realçados ou parcialmente realçados na presença de contraste [Moon 02a].

Analisando as características acima em conjunto com os itens anteriormente descritos, pode-se concluir:

- a) uma abordagem automática terá o custo de analisar uma ou mais imagens a fim de estabelecer a localização e o formato adequado para a inicialização da snake. Entretanto, será necessária uma futura intervenção de um especialista na correção de imperfeições devido à margem de erro envolvida no processo automático.
- b) apesar de existirem alterações em relação ao formato dos tumores, eles normalmente se assemelham a formas circulares ou ovais de topologia simples. De qualquer forma, em procedimentos cirúrgicos ou radioterápicos, a representação de grandes entalhes ou saliências pode ser desnecessária.

- c) a utilização de técnicas de inteligência artificial, como AG, pode contribuir na incorporação do conhecimento a priori adicionando robustez ao modelo de *snakes*.

Neste trabalho, a utilização da segmentação interativa será investigada, considerando o fato de que a intervenção do especialista é necessária nas duas abordagens. Na abordagem semi-automática, esta intervenção pode ser utilizada na seleção inicial da área para a análise eliminando o custo computacional dos modelos automáticos. Além disso, é feita a opção de utilização do modelo tradicional de *snakes*, devido à característica do contexto no qual está sendo aplicado, e a consequente otimização por meio de uma técnica de inteligência artificial.

5 ALGORITMOS GÉNETICOS E SNAKES NA IDENTIFICAÇÃO DE TUMORES CEREBRAIS

Como descrito no capítulo 3, o modelo tradicional de contornos ativos apresenta problemas relacionados a representação correta de objetos que possuem concavidades acentuadas, bem como a sensibilidade na configuração dos parâmetros de evolução da curva. Algumas abordagens foram propostas na literatura com a intenção de minimizar o impacto dessas restrições em determinados contextos.

No contexto de identificação de tumores cerebrais, a dificuldade da *snake* de penetrar em concavidades pode ter menor relevância, devido ao formato de que tumores normalmente assemelham-se a estruturas circulares.

Entretanto a parametrização da *snake* influencia diretamente na sua evolução. A inicialização da *snake*, por exemplo, tem que ser próxima à estrutura de interesse, a fim de evitar que a *snake* falhe. Como discutido anteriormente, esta restrição ocorre devido às mínimas locais existentes no modelo tradicional, as quais provocam o equilíbrio da *snake* antes do desejado, impedindo a adequada convergência.

Para contornar o problema das mínimas locais, algumas alternativas foram propostas na literatura, inclusive mecanismos globais de busca. Entretanto essas alternativas estão normalmente associadas a custos elevados. Por outro lado, AG oferecem um mecanismo de busca para problemas de otimização, seja maximização ou minimização, com custo satisfatório, como descrito no capítulo 2.

Este trabalho tem como objetivo a utilização de AG em conjunto com *snakes* propondo uma solução robusta para o problema das mínimas locais. A partir de uma população constituída de figuras geométricas, o AG busca pelo melhor indivíduo para a iniciar a *snake*. Finalmente, o algoritmo tradicional da *snake* é executado refinando a solução encontrada pelo AG.

Neste capítulo serão discutidos os detalhes da solução proposta, bem como os experimentos executados para a avaliação do modelo tradicional e do modelo proposto.

5.1 DESENVOLVIMENTO DE UM PROTÓTIPO

Para o estudo da técnica AG em conjunto com modelos de *snakes*, foi desenvolvido um protótipo para a segmentação de imagens de MRI contendo tumores cerebrais.

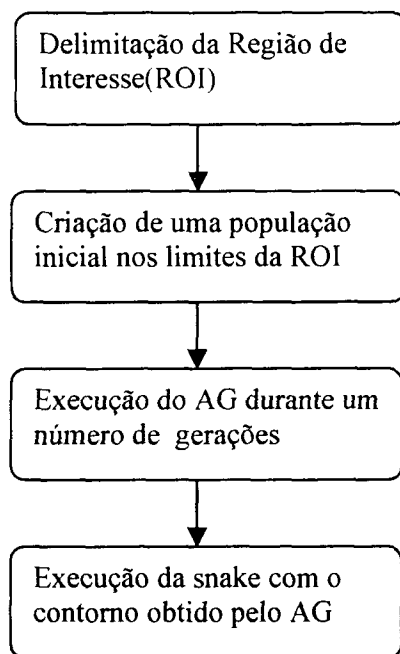
De maneira análoga ao trabalho de Ballerini [Ballerini 99], a criação da população inicial de contornos é feita por meio da delimitação de uma região de interesse em uma imagem de MRI. O AG é avaliado durante um certo número de gerações resultando em uma possível solução ótima, um contorno mais próximo da estrutura de interesse, para a inicialização do algoritmo *snake*.

Na seqüência, a *snake* é iniciada, fazendo com que o contorno encontrado pelo AG aproxime-se com maior exatidão do objeto procurado. A figura 5.1 apresenta um diagrama do modelo proposto.

A estratégia utilizada para a implementação do protótipo pode ser definida como:

- a) implementação do modelo tradicional de *snake*;
- b) implementação de modelo de AG;
- c) integração entre os dois modelos.

FIGURA 5.1 - DIAGRAMA SIMPLIFICADO DO MODELO PROPOSTO



5.2 FERRAMENTAS UTILIZADAS

Para o desenvolvimento do protótipo foi utilizada a linguagem de programação Java em conjunto com alguns pacotes adicionais, tais como:

- a) Java 2D [Java2D 03]: biblioteca gráfica Java para a manipulação de elementos bidimensionais como curvas, círculos, elipses, quadrados e retângulos. Nesse trabalho foi utilizada uma característica desta biblioteca em particular, a qual consiste em gerar formas circulares empregando curvas de Bézier previamente descritas no capítulo 3.
- b) Java 3D [Java3D 03]: biblioteca gráfica Java para a manipulação de elementos tridimensionais. Sua utilização deve-se ao fato de possuir funcionalidades na manipulação de matrizes, tais como multiplicação, inversão e cálculo da transposta.

- c) visualizador DICOM: Ferramenta de visualização volumétrica de imagens médicas desenvolvida na linguagem Java por Dometerco [Dometerco 02] dentro do programa de projetos no qual esta inserido este trabalho. Esta ferramenta disponibiliza um módulo para leitura de imagens no formato DICOM.
- d) MATLAB [Matlab 03]: Ferramenta comercializada pela *Math Works* para o desenvolvimento de aplicações para o cálculo numérico, utilizada na execução de exemplos de modelos de *snakes* desenvolvidas na linguagem de programação proprietária do MATLAB.
- e) *Paint Shop Pro*: Ferramenta de desenho comercializada pela *Jasc Software*, utilizada na manipulação de imagens.

5.3 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO TRADICIONAL DE SNAKES

A implementação do modelo tradicional de *snakes* foi inicialmente baseada em um exemplo em MATLAB disponível no *Image Analysis and Communications Lab* (IACL). O IACL pertence ao departamento de Engenharia Elétrica e Computação da Universidade Johns Hopkins e atua no processamento de imagens médicas.

Entretanto a implementação em MATLAB possui algumas limitações:

- a) o exemplo encontrado é um modelo didático que trabalha com imagens em formato *portable gray map* (PGM). Em contrapartida, a proposta deste trabalho é utilizar diretamente o formato DICOM sem a necessidade de uma etapa de conversão.
- b) o MATLAB possui uma extensa biblioteca de funções matemáticas, a qual facilita o desenvolvimento de aplicações que utilizam cálculo numérico. Porém, apresenta um tempo computacional elevado, o que dificulta a sua utilização em aplicações com imagens médicas reais.

Apesar das desvantagens anteriormente citadas, a implementação em MATLAB, por ser uma ferramenta direcionada para a matemática, contribuiu para o entendimento do modelo de deformação da *snake* baseado em diferenças finitas.

A figura 5.2 apresenta o pseudocódigo do procedimento de deformação da *snake* segundo a equação (3.32).

FIGURA 5.2 - PSEUDOCÓDIGO DO PROCESSO DE DEFORMAÇÃO DA SNAKE

```
//Inicia os parâmetros do modelo
alfa=beta= 0,5; //parâmetros da curva
gama=1; //Tamanho do passo na evolução da snake
kappa=4; //Peso associado a imagem
N = numero de pontos da curva;
x[N],y[N]; //Vetor de coordenadas da curva;
M[N,N]; //Matriz N X N
iM[N,N]; //Matriz N X N
equilibrio=falso //flag para a parada da snake
execute
{
    n = [1..N];
    //Adiciona a energia externa
    x[n] = x[n] + kappa*GradienteIx(x,y);
    y[n] = y[n] + kappa*GradienteIy(x,y);

    // Monta a matriz N X N pentadiagonal simétrica necessária
    // na tarefa de deformação.
    M = monta_pentadiagonal(alfa,beta,gama);

    // Calcula a inversa da matriz pentadiagonal
    iM = calculaInversa(M);

    //Aplica as restrições da curva
    x[n] = iM*gama*x[n];
    y[n] = iM*gama*y[n];
    equilibrio = f(x,y);
}
enquanto(equilibrio=falso)
```

Para melhorar o desempenho do algoritmo, o cálculo da matriz inversa contendo os pesos α , β , e γ é executado apenas uma vez mantendo estes parâmetros constantes ao longo da deformação da *snake*. O recálculo da matriz

pode ser considerado uma desvantagem nos modelos que necessitam esta reparametrização.

Com o propósito de compreender o comportamento do formato do contorno inicial da *snake*, bem como o efeito dos parâmetros envolvidos no processo de deformação $(\alpha, \beta, \gamma, \kappa)$, alguns experimentos foram executados com imagens em tons de cinza, com tamanho de 256 x 256 pixels, contendo figuras geométricas convexas e não-convexas.

A energia potencial externa E_{ext} foi obtida por meio da convolução de cada imagem com um filtro Gaussiano, com desvio padrão $\sigma = 1$, de acordo com o estudo de Kass [Kass 88]. A equação 5.1 descreve a formulação do filtro utilizado.

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (5.1)$$

5.3.1 Experimentos com Imagens sem Ruído

A figura 5.3 apresenta os objetos de interesse utilizados no experimento. O contorno inicial da *snake* é criado por meio de formas circulares, tais como círculos e elipses, e formas retangulares, tais como quadrados e retângulos, próximos às estruturas analisadas.

Os resultados obtidos são apresentados na figura 5.4. O contorno final da *snake* está destacado na cor vermelha. No experimento observou-se que o formato da curva inicial teve menor importância durante o processo em relação a outros fatores na identificação da estrutura de interesse. Por exemplo, os objetos (a), (c) e (e) na figura 5.3 foram corretamente identificados tanto por contornos iniciais circulares quanto retangulares. Entretanto, para os objetos (b), (d) e (f) foi necessária a rotação dos contornos iniciais para a aproximação ao objeto de interesse, melhorando o processo de identificação. Os objetos (g) e (h) foram parcialmente

identificados pelo fato de possuírem cavidades acentuadas, sendo esta uma das limitações existentes no modelo tradicional.

FIGURA 5.3 - OBJETOS UTILIZADOS NOS EXPERIMENTOS INICIAIS ENVOLVENDO SNAKES

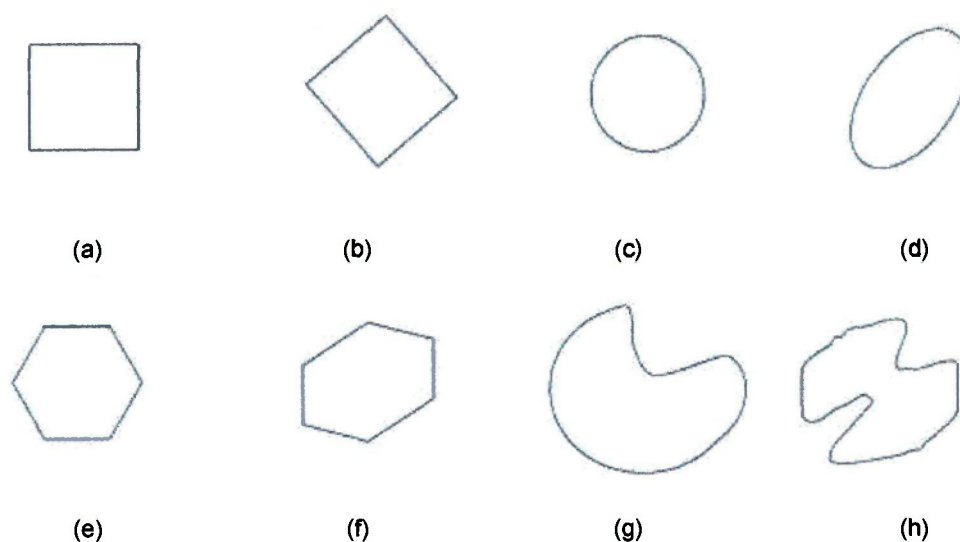
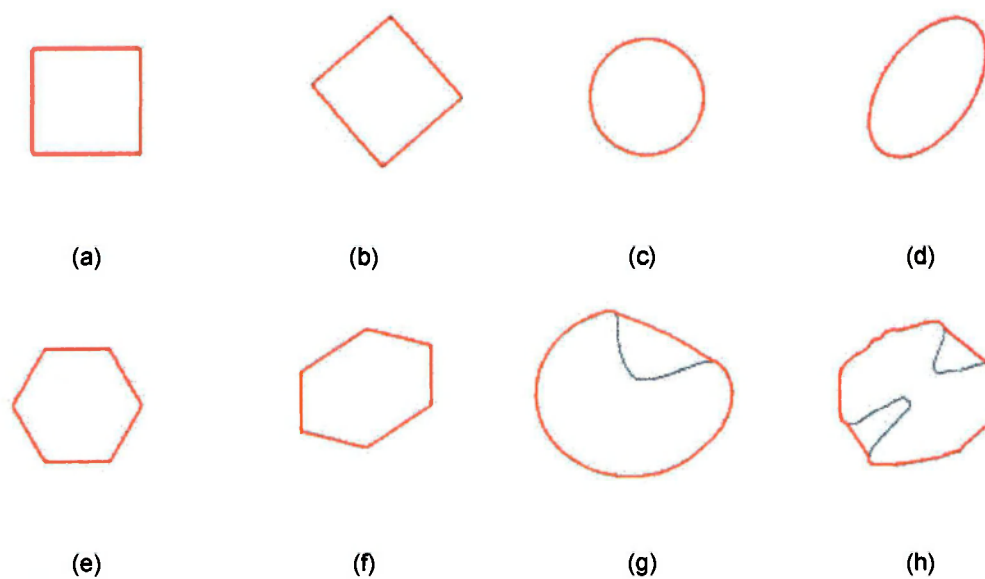


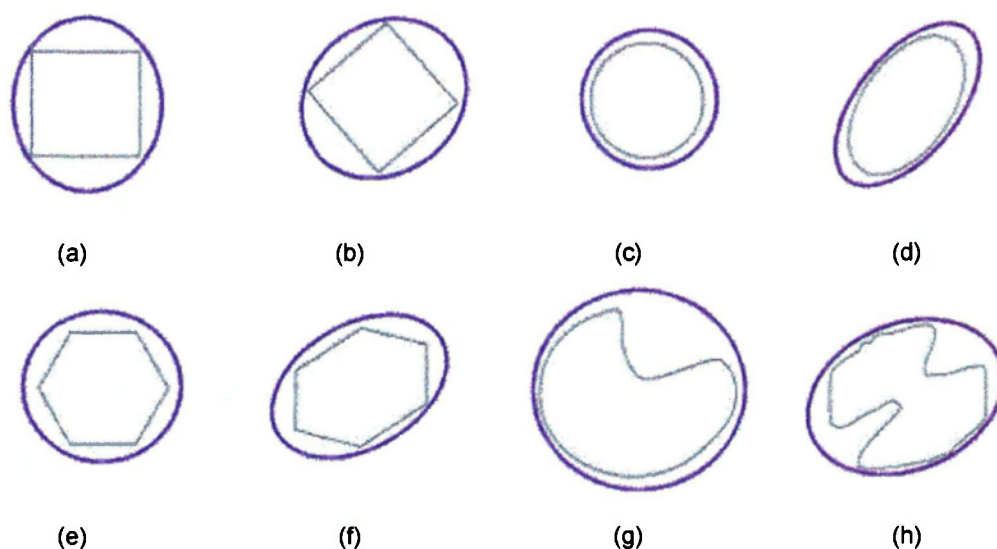
FIGURA 5.4 - RESULTADOS OBTIDOS NOS EXPERIMENTOS SEM RUÍDO REFERENTES AOS OBJETOS DA FIGURA 5.3



No aspecto de forma, uma característica importante a se destacar é que, quanto mais próximo o contorno do objeto de interesse, melhor o resultado final,

mesmo em situações ideais sem a presença de ruído, como a destacada neste experimento. Os valores dos parâmetros variaram entre 0 e 1,5 para α e β , entre 0,1 e 1 para γ e entre 1 e 4 para κ . A figura 5.5 ilustra alguns exemplos dos contornos iniciais da *snake* aplicados às estruturas da figura 5.3.

FIGURA 5.5 - EXEMPLOS DE CONTORNOS INICIAIS DA SNAKE APLICADOS AOS OBJETOS DA FIGURA 5.3



Como descrito no capítulo 3, os parâmetros α e β impõem as restrições em relação ao formato da curva. Valores altos de α e β tornam a curva menos susceptível à força da imagem. O tamanho do passo γ influencia na velocidade de evolução da curva. Quanto menor o seu valor, maior a velocidade de evolução. O peso associado à imagem κ indica a influência da imagem no processo de deformação. Quanto maior o seu valor, maior a ação da imagem sobre a curva.

5.3.2 Experimentos com Imagens com Ruído

Neste experimento foi inserido ruído às imagens da figura 5.3. Para cada imagem foram adicionados três níveis de ruído uniforme com o auxílio da ferramenta *Paint Shop Pro* como pode ser visto na figura 5.6.

FIGURA 5.6 - EXEMPLO DA IMAGEM 5.3.C SUBMETIDA AOS 3 NÍVEIS DE RUÍDO



Foram aplicadas apenas formas circulares na definição do contorno inicial, devido às constatações do experimento anterior. Da mesma forma, foram empregadas as mesmas variações nos parâmetros α , β , γ e κ . Esse experimento possibilitou verificar a dificuldade da *snake* em convergir para a estrutura de interesse quando iniciada distante das bordas dos objetos em questão. Este obstáculo pode ser minimizado com o aumento dos valores dos parâmetros.

Entretanto, alguns efeitos colaterais indesejáveis foram observados. Por exemplo, valores altos para α e β tomam a *snake* mais insensível aos ruídos da imagem. Contudo, podem dificultar a identificação de bordas menos destacadas e aumentam a possibilidade do colapso, ou seja, a *snake* não atingir o equilíbrio, ultrapassando a estrutura desejada, convergindo para um ponto ou segmento de reta. Comportamento idêntico foi verificado atuando-se no aumento do passo da *snake* (γ). Em contrapartida, contomos iniciados próximos a estrutura de interesse,

com valores menores de α e β juntamente com menor tamanho de passo, identificaram adequadamente os objetos.

Para uma correta identificação de bordas por uma *snake* é necessário um adequado balanceamento entre os valores dos parâmetros α , β , γ e κ . Com os experimentos realizados foi possível observar a influência dos parâmetros no processo de deformação. A principal conclusão é que *snakes* configuradas com valores menores para α e β , apesar de mais sensíveis a ruídos, permitem uma identificação apropriada das estruturas de interesse, com menor possibilidade dos efeitos colaterais previamente citados, desde que iniciadas próximas a essas estruturas.

As conclusões obtidas podem ser verificadas por meio das figuras 5.7 e 5.8, as quais apresentam os resultados obtidos nos experimentos com as estruturas de interesse da figura 5.3 submetidas aos três níveis de ruído. A figura 5.7 exemplifica as situações em que o contorno da *snake* é iniciado distante da estrutura de interesse. A figura 5.8 demonstra os casos em que o contorno é iniciado próximo à estrutura de interesse. Os contornos iniciais estão destacados na cor azul e o resultado final em vermelho. Para ambos os experimentos foram utilizados valores menores para α e β ($\alpha = \beta = 0,5$).

FIGURA 5.7 - RESULTADOS OBTIDOS NA IDENTIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS DA FIGURA 5.3 COM ADIÇÃO DE RUÍDO E CONTORNO INICIAL DISTANTE. EM AZUL O CONTORNO INICIAL E EM VERMELHO O RESULTADO DA SNAKE

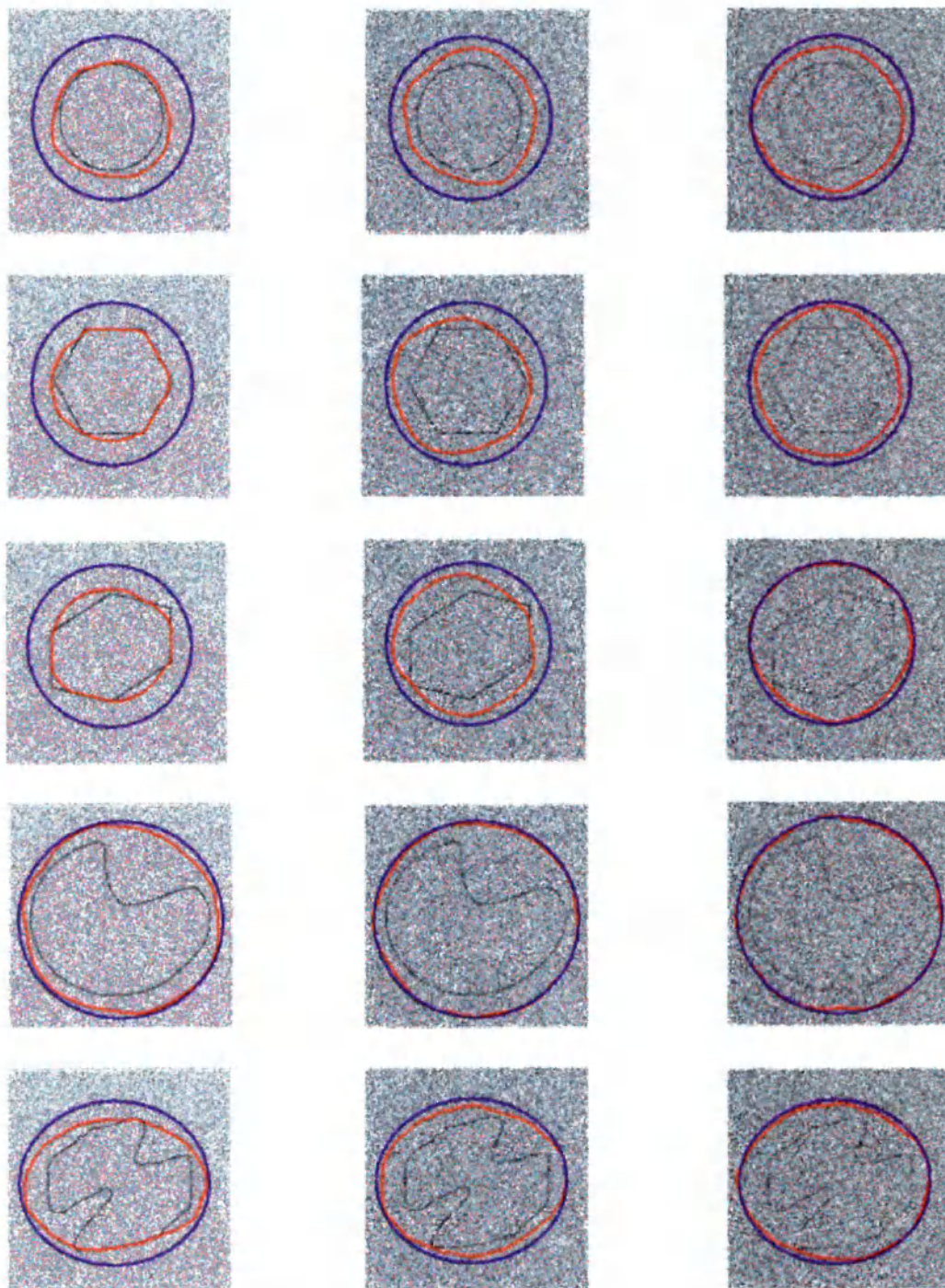
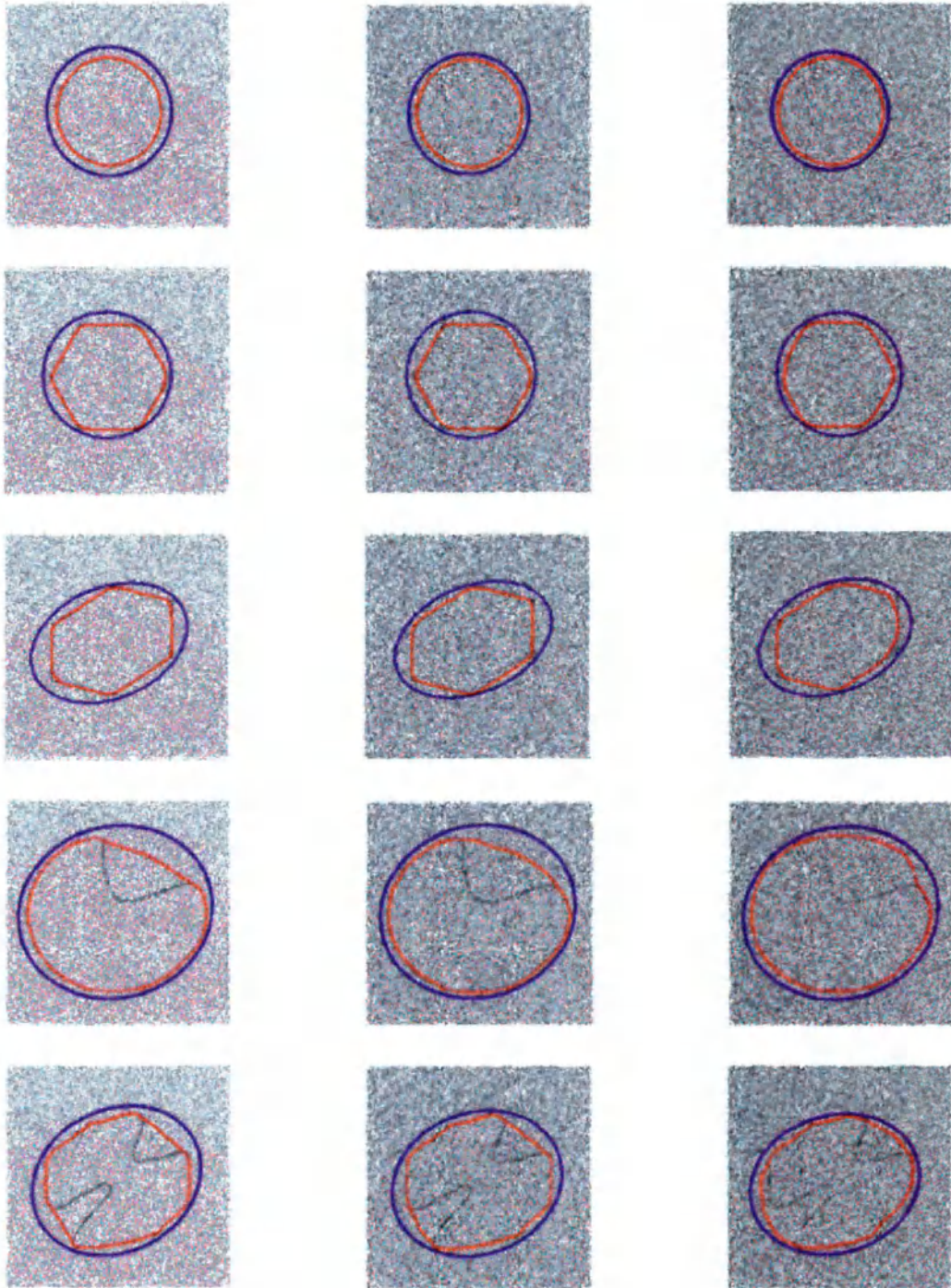


FIGURA 5.8 - RESULTADOS OBTIDOS NA IDENTIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS DA FIGURA 5.3 COM ADIÇÃO DE RUÍDO E CONTORNO INICIAL PRÓXIMO. EM AZUL O CONTORNO INICIAL E EM VERMELHO O RESULTADO DA SNAKE



5.4 IMPLEMENTAÇÃO DO AG

Como discutido no capítulo 3 e comprovado por meio dos experimentos executados, o modelo tradicional de *snakes* pode apresentar falhas na identificação quando iniciados distante da estrutura de interesse. Ocorre que, durante o processo iterativo de evolução, o contorno pode adquirir o equilíbrio antes da localização desejada devido à presença de ruído ou à própria característica de não homogeneidade da imagem. Esse comportamento deve-se à presença de múltiplas mínimas locais inerentes ao modelo tradicional. A técnica de algoritmos genéticos, resumida no capítulo 2, oferece um mecanismo robusto para soluções de problemas de busca em um conjunto de hipóteses.

A implementação do AG seguiu a estrutura básica definida no capítulo 2, ilustrada na figura 2.1, com algumas otimizações propostas na literatura. Para a representação dos indivíduos optou-se por uma codificação não binária. Essa escolha influenciou na definição das operações genéticas de cruzamento e mutação. O desenvolvimento do AG pode ser enumerado em quatro etapas:

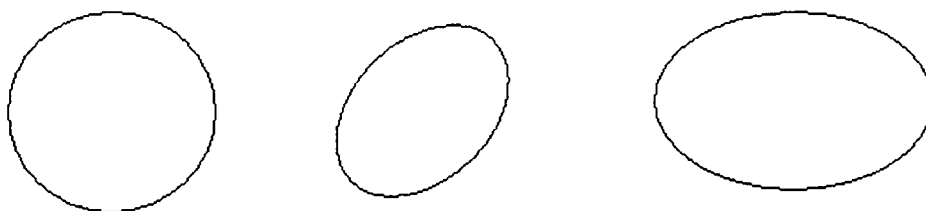
- a) representação do indivíduo, ou seja, escolha da codificação do cromossomo;
- b) definição das operações genéticas de cruzamento e mutação;
- c) definição da função de avaliação;
- d) implantação de melhorias ao AG.

5.4.1 Representação do Indivíduo

O cromossomo foi codificado como uma figura geométrica por meio de uma lista de coordenadas em números reais. A opção pela codificação não binária do cromossomo na representação do indivíduo tornou-se necessária devido à natureza do problema. Nesse caso, a representação de figuras geométricas bidimensionais no

domínio dos números reais. Embora a implementação de números reais seja possível por meio de codificação binária ou Gray, em Java são necessários 64 bits para representar cada número real. Além disso, a biblioteca Java 2D, utilizada na implementação das figuras geométricas, oferece funcionalidades para a manipulação geométrica, tais como união, intersecção, rotação e translação. Essa característica pode ser utilizada nas operações genéticas reforçando a prescindência da codificação binária. A figura 5.9 apresenta exemplos de figuras geométricas codificadas no cromossomo.

FIGURA 5.9 - EXEMPLO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS QUE REPRESENTAM O INDIVÍDUO

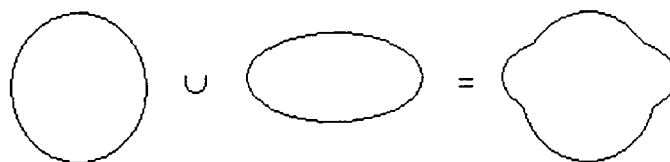


5.4.2 Operadores Genéticos

Para as operações de cruzamento e mutação foram utilizadas algumas operações geométricas disponíveis na biblioteca Java 2D. Os indivíduos genitores são selecionados por meio de um torneio possibilitando a execução das seguintes operações:

- a) cruzamento: analogamente ao modelo original de AG, nessa operação, dois novos indivíduos são criados por meio de dois genitores. Para esta tarefa são executadas as operações de união e intersecção entre os genitores resultando nos novos indivíduos. A figura 5.10 exemplifica uma operação de cruzamento;

FIGURA 5.10 - EXEMPLO DA OPERAÇÃO DE CRUZAMENTO



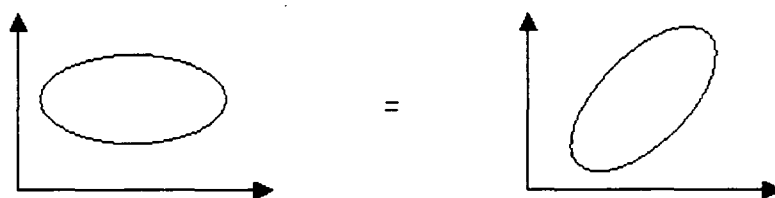
a) Um novo indivíduo é criado pela união entre os genitores



b) Um novo indivíduo é criado pela interseção dos genitores

b) mutação: para esta operação foram selecionadas transformações geométricas que podem ocorrer em um único indivíduo, tais como, rotação e translação. Um indivíduo que sofre mutação terá 50% de possibilidade de ser rotacionado ou transladado. A figura 5.11 mostra um exemplo da operação de mutação.

FIGURA 5.11 - EXEMPLO DA OPERAÇÃO DE MUTAÇÃO



a) Um novo indivíduo é criado pela rotação do seu genitor



b) Um novo indivíduo é criado pela translação do seu genitor

5.4.3 Função de Avaliação

A energia total da *snake*, definida na equação (3.14), foi utilizada para a avaliação da aptidão da população de indivíduos. Inicialmente, aplicou-se diretamente o cálculo de E_{int} e E_{ext} sobre os pontos da figura geométrica representada no cromossomo. Porém esta abordagem não foi muito eficiente devido à característica iterativa do processo de minimização. Ou seja, não há garantia de uma boa solução analisando a energia em apenas um instante t . O ideal é executar as deformações até que a *snake* atinja o equilíbrio. Entretanto, este processo torna-se moroso caso executado para todos os indivíduos do AG. A alternativa encontrada foi a execução das deformações durante 10 iterações e posterior análise dos resultados da primeira e da última iteração, considerando a direção e a magnitude da energia no processo de minimização.

5.4.4 Melhorias em AG

Para contribuir no processo de busca do AG, foram implementadas algumas melhorias propostas no capítulo 2, tais como:

- a) elitismo simples;
- b) elitismo global;
- c) redução do espaço de busca.

O pseudo-código do algoritmo genético é apresentado na figura 5.12.

FIGURA 5.12 - PSEUDOCÓDIGO DO AG

```

//inicia parâmetros do genético
tamPopulacao=100; //tamanho da população
numGeracoes=100; //número de gerações
txCruzamento=0,7; //probabilidade de ocorrer cruzamento (70%)
txMutacao=0,3; //probabilidade de ocorrer mutação (30%)
tamTorneio=6; //tamanho de indivíduos do torneio
txTorneio=0,3; //probabilidade de escolha do melhor ou pior indivíduo
//no torneio 70% para o melhor e 30% para o pior
populacao[tamPopulacao]; //População de indivíduos
melhor; //Melhor indivíduo

//Gera a população inicial aleatória
populacao = geraPopulacao(tamPopulacao);
//Avalia a aptidão da população e armazena o melhor indivíduo
melhor = avaliaPopulacao(populacao);
//Executa as sucessivas gerações
executa()
{
    g=1;
    //Executa o torneio recuperando 2 indivíduos selecionados
    individuos = torneio(populacao,tamTorneio,txTorneio);
    //Executa cruzamento
    cruzamento(individuos,txCruzamento);
    //Executa mutação
    mutacao(individuos,txMutacao);
    //Substitui os indivíduos na população obedecendo os critérios de elitismo
    substitui(populacao,individuos);
    melhor = avaliaPopulacao(populacao);
    se g == (2/3)*numGeracoes //Após dois terços de gerações
        //Executa redução do espaço de busca a partir do melhor indivíduo
        limite= 0,2 * tamPopulacao;
        populacao=reducao(melhor,limite);
    g++;
}
enquanto(g < numGeracoes)

```

5.4.5 Experimentos com AG

Alguns experimentos foram feitos com as imagens da figura 5.3 com o intuito de avaliar o método proposto e também a adequação dos parâmetros do AG, tais como o tamanho da população, o número de gerações e taxa de cruzamento e mutação.

O AG apresentou um comportamento semelhante em todos os casos examinados. Dentre todos, foram escolhidos dois, ilustrados na figura 5.13, para a exposição de algumas considerações.

FIGURA 5.13 - FIGURAS UTILIZADAS NA AVALIAÇÃO DO AG



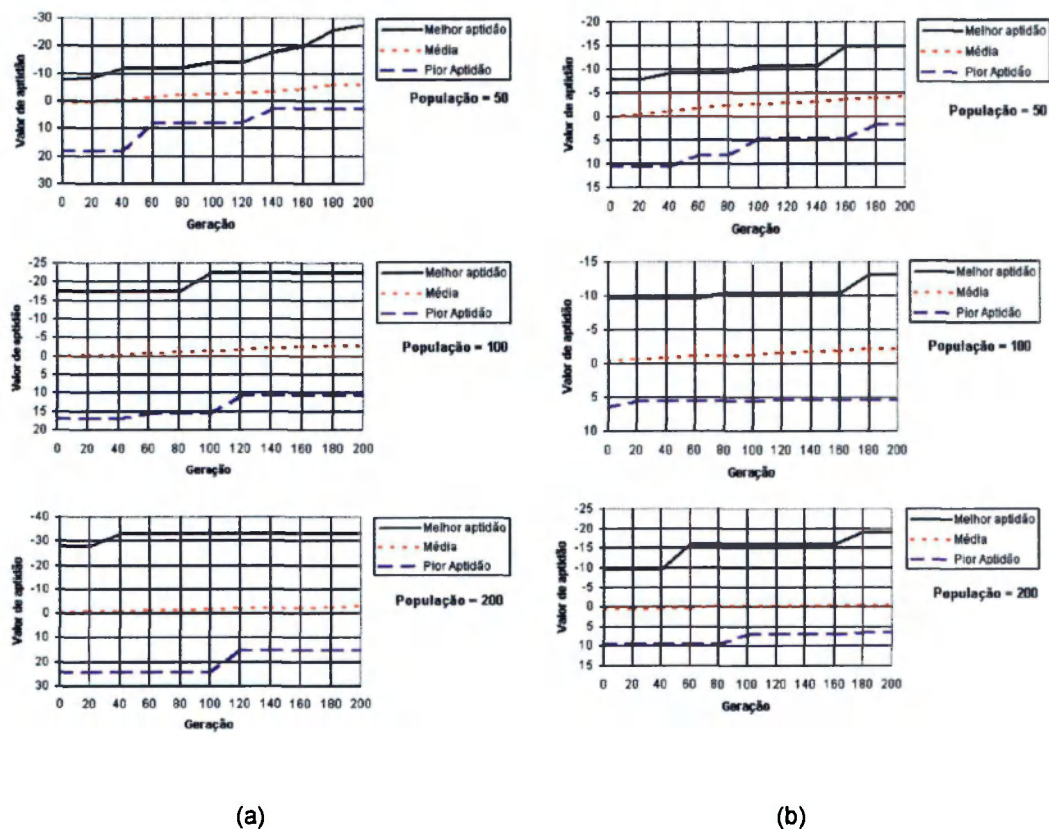
O contorno em vermelho delimita a região de interesse para a procura da solução do problema. A população inicial é criada dentro desta fronteira. Os indivíduos são representados por formas geométricas como círculos e elipses, cada uma com aproximadamente 50% de incidência na população. Para aumentar a diversidade populacional, 30% dos indivíduos podem ser transladados ou rotacionados.

Nos testes realizados a população inicial variou entre 50 e 400 indivíduos, a taxa de cruzamento entre 0,5 e 0,9 e a taxa de mutação entre 0,1 e 0,5. A escolha de uma taxa de mutação mais elevada deve-se primeiro ao estudo de Haupt [Haupt 00] e segundo à natureza da operação de mutação utilizada neste trabalho. É desejável que operações de rotação e translação ocorram com uma certa frequência. O custo computacional teve um aumento considerável para populações com mais de 200 indivíduos. De maneira análoga, foi percebida uma degradação do desempenho após 200 gerações.

A figura 5.14 apresenta os resultados obtidos na execução do AG para as imagens da figura 5.13. Para esses experimentos foram estipuladas populações

iniciais de 50, 100 e 200 indivíduos, avaliadas ao longo de 200 gerações, com 30% de mutação e 70 % de cruzamento.

FIGURA 5.14 - (A) AVALIAÇÃO DO AG NA FIGURA 5.13.A E (B) NA FIGURA 5.13.B



Os gráficos ilustrados pela figura 5.14 apresentam os valores de aptidão calculados por meio da função de avaliação, especificamente, os melhores e piores valores juntamente com a média de aptidão da população. Uma importante observação é a inversão na representação do eixo y . Esta característica foi empregada para destacar o processo de minimização da energia total. Para a função de avaliação, o sinal negativo do valor de aptidão indica o deslocamento da *snake* em direção ao objeto de interesse.

É possível perceber nos gráficos da figura 5.14 o comportamento semelhante do AG aplicado na identificação de diferentes estruturas de interesse.

Em todos os casos houve a melhora sucessiva dos valores de aptidão, tanto no pior resultado, como na média e no melhor resultado. Essa conduta é obtida em virtude da utilização do elitismo, que mantém o indivíduo mais apto na população e não permite a inclusão de indivíduos menos aptos que seus genitores durante as operações genéticas.

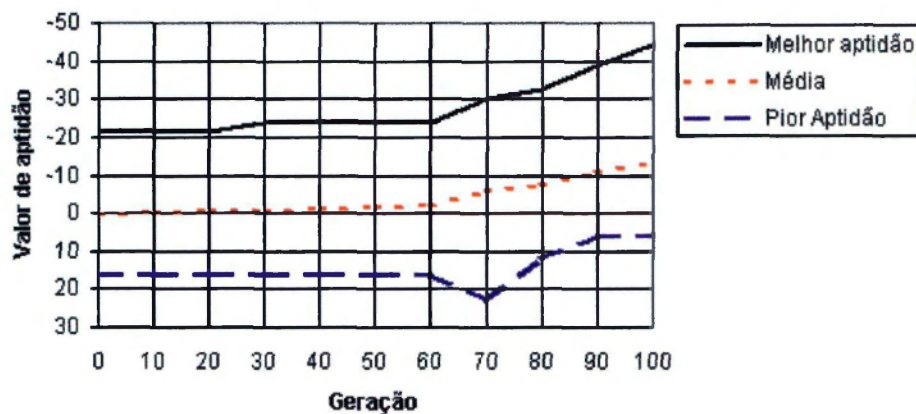
Em relação ao tamanho da população, pode ser constatado que, após a execução de 200 gerações, os resultados foram similares e satisfatórios. Contudo, quanto menor o tamanho desta população, maior o número de gerações para a obtenção de uma solução estável. Esta instabilidade pode ser facilmente visualizada nos resultados obtidos, pois existe um maior número de substituições do melhor indivíduo durante o processo. Isto ocorre porque populações menores podem reproduzir insuficientemente o espaço de busca dependendo das operações genéticas para a expansão destes limites. A situação ideal é unir uma população suficientemente grande com um maior número de gerações possíveis, a um custo computacional adequado. Seguindo essa diretiva, optou-se por uma população com 100 indivíduos avaliados durante 100 gerações.

Um menor número de gerações pode ser compensado por meio do emprego da técnica de redução de espaço de busca descrita no capítulo 2. Após a execução de dois terços das gerações, o espaço de busca é reduzido da seguinte maneira:

- a) são selecionados os melhores indivíduos obtidos nas execuções anteriores;
- b) uma nova população com 20% do tamanho da população anterior é criada aleatoriamente a partir dos indivíduos selecionados;
- c) executa-se o restante das gerações.

O gráfico da figura 5.15 apresenta os resultados obtidos para uma população inicial de 100 indivíduos. A melhoria é facilmente percebida após aproximadamente 70 gerações e a solução ao final das 100 gerações é visivelmente superior aos experimentos anteriores.

FIGURA 5.15 - AVALIAÇÃO DO AG NA FIGURA 5.13.A COM A TÉCNICA DE REDUÇÃO DO ESPAÇO DE BUSCA



5.5 EXPERIMENTOS NA IDENTIFICAÇÃO DE TUMORES CEREBRAIS

Com os resultados obtidos nos experimentos anteriores foi possível obter uma configuração adequada para os parâmetros do AG e da *snake*.

Foram escolhidos 3 casos de estudo para a investigação do método na identificação de tumores cerebrais, os quais foram avaliados em relação ao modelo tradicional de *snakes*. Em todos os experimentos foi utilizado a mesma parametrização para os algoritmos:

- a) AG: população = 100, gerações = 100, cruzamento = 70% e mutação = 30%;
- b) *snake*: $\alpha = \beta = 0,5$, $\gamma = 1$ e $\kappa = 4$.

A aplicação do modelo desenvolvido no contexto de tumores cerebrais pode ser resumida em algumas etapas:

- a) execução do AG, a partir da região de interesse, obtendo as melhores soluções para o problema da localização do contorno inicial;

- b) as soluções do AG são aplicadas na definição do contorno inicial para a *snake*;
- c) a *snake* é executada realizando as deformações até atingir o equilíbrio junto à estrutura de interesse.

A opção de utilizar as melhores soluções do AG, em contrapartida ao melhor valor de aptidão, deve-se à sensibilidade da função de avaliação utilizada, verificada por meio dos experimentos executados.

Para a realização dos experimentos envolvendo as imagens contendo tumores cerebrais, o seguinte roteiro foi estabelecido:

- a) seleção de um contorno inicial na imagem delimitando a região de interesse;
- b) execução do algoritmo tradicional a partir do contorno inicial;
- c) execução do AG a partir do contorno inicial;
- d) comparação entre as abordagens.

5.5.1 Experimento n°1

Esse experimento consiste na análise de 28 fatias em MRI, com corte axial e resolução de 256 X 256 *pixels* em formato DICOM. As imagens foram obtidas na modalidade T1 com adição de Gadolínio. Nesse estudo foi possível identificar o tumor adequadamente em todas as fatias. A figura 5.16 apresenta os resultados obtidos na segmentação de algumas fatias comparando a abordagem tradicional com a proposta deste trabalho. A figura 5.17 apresenta em detalhes a aplicação do modelo proposto, o contorno inicial, o contorno obtido pela aplicação do AG e o contorno final após a execução da *snake*.

FIGURA 5.16 - RESULTADOS OBTIDOS NO EXPERIMENTO 1; (A) O CONTORNO INICIAL, (B) O RESULTADO UTILIZANDO O MÉTODO TRADICIONAL E (C) O RESULTADO UTILIZANDO O AG E SNAKES

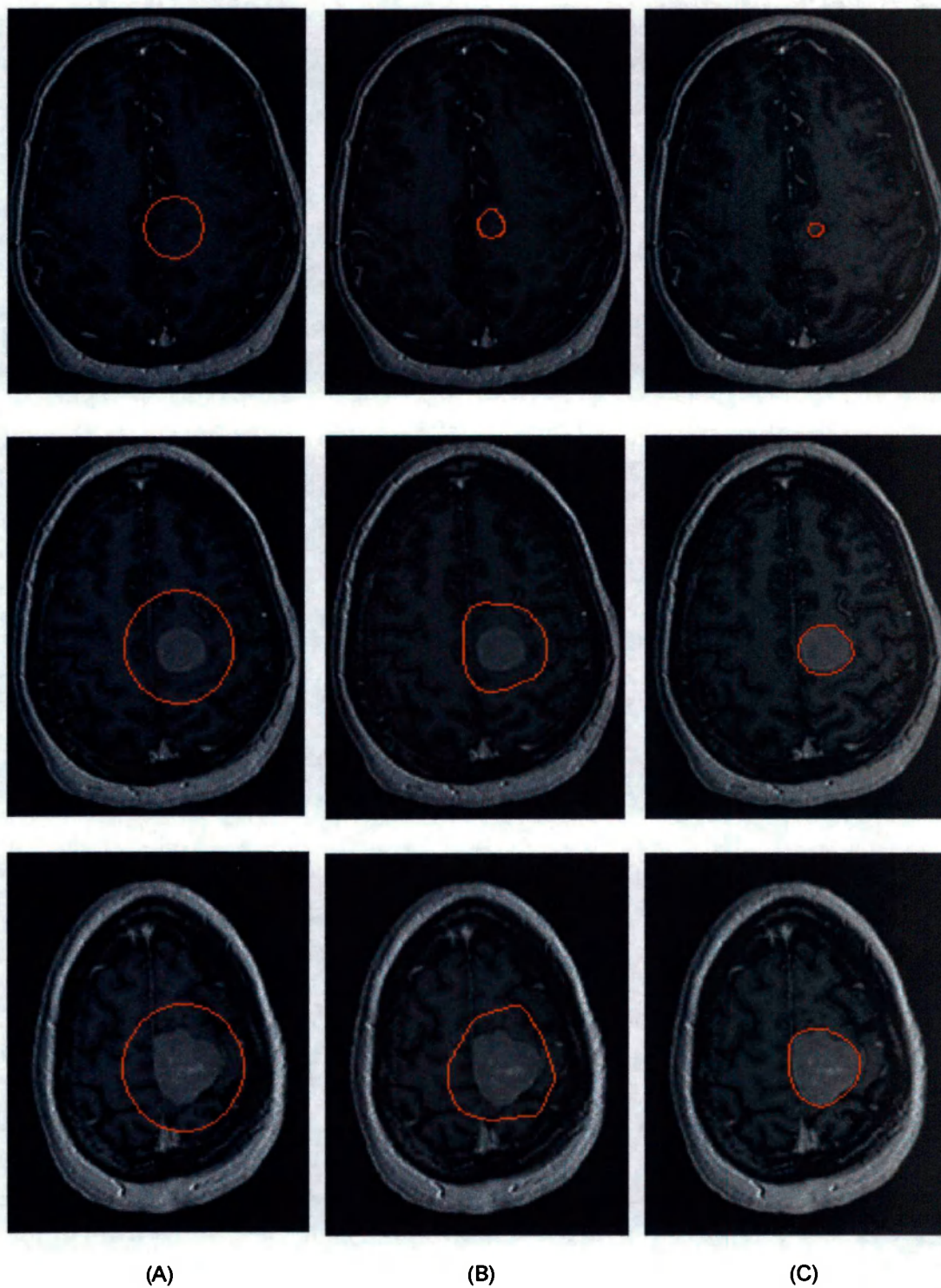
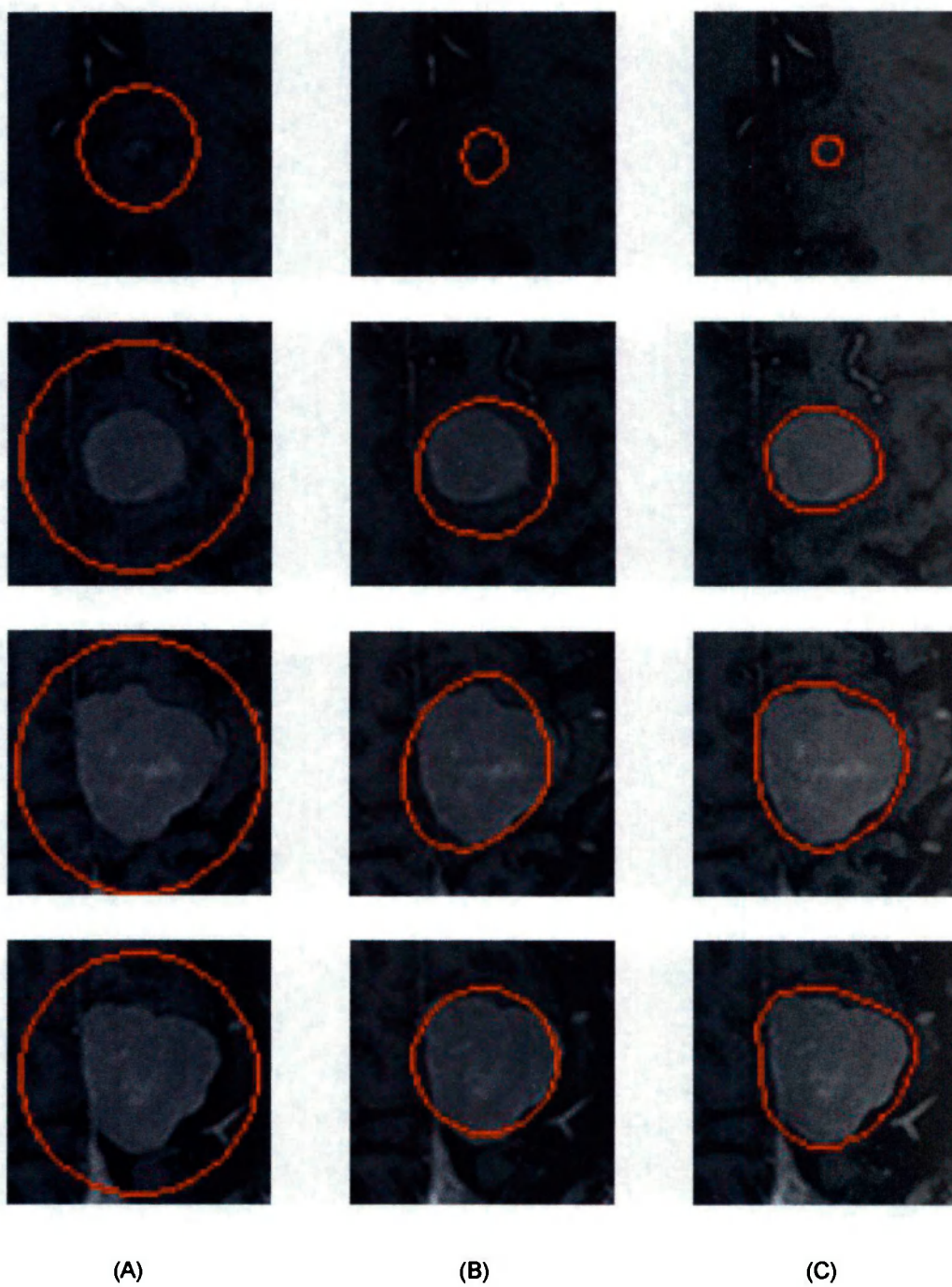


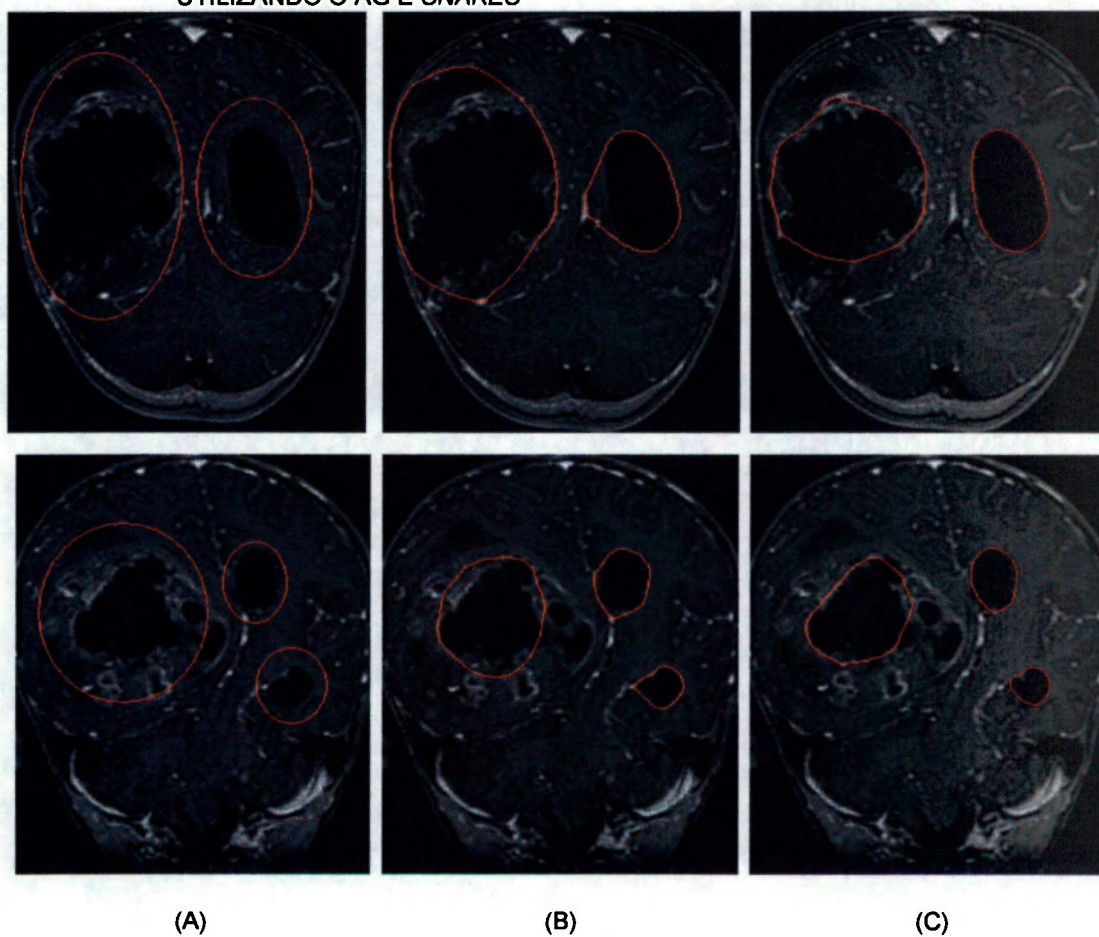
FIGURA 5.17 - RESULTADOS OBTIDOS NO EXPERIMENTO 1; (A) O CONTORNO INICIAL, (B) O CONTORNO OBTIDO PELO AG E (C) O CONTORNO FINAL



5.5.2 Experimento nº2

Para esse estudo foram analisadas algumas imagens de um diagnóstico contendo 248 fatias em MRI, com corte coronal e resolução 512 X 512 pixels em formato DICOM. Nesse exame também foi utilizado Gadolínio como agente de contraste. Na figura 5.18 são apresentados os resultados obtidos, comparando a abordagem tradicional com a utilização de AG e *snakes*.

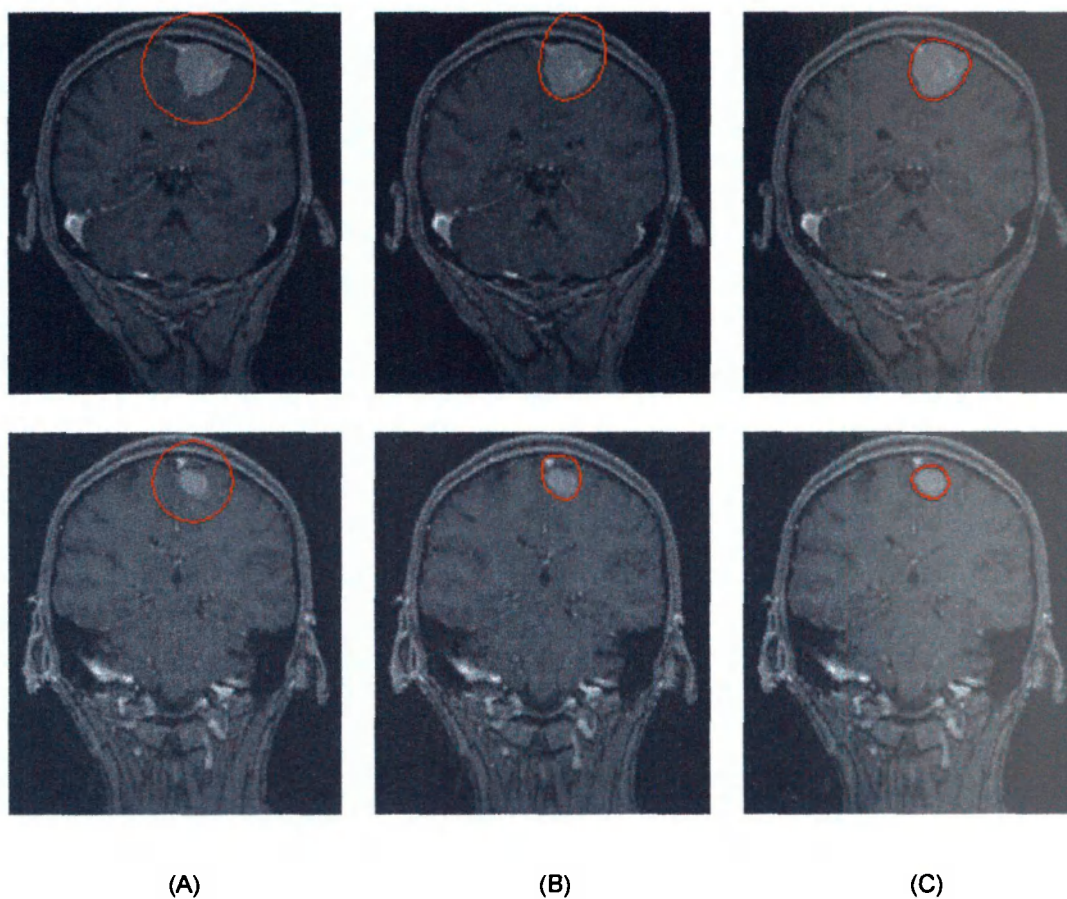
FIGURA 5.18 - RESULTADOS OBTIDOS NO EXPERIMENTO 2; (A) O CONTORNO INICIAL, (B) O RESULTADO UTILIZANDO O MÉTODO TRADICIONAL E (C) O RESULTADO UTILIZANDO O AG E SNAKES



5.5.3 Experimento nº3

Nesse experimento foram examinadas algumas fatias em MRI com corte coronal e resolução 256 X 256 pixels em formato DICOM, na modalidade T1 com adição de Gadolínio. Os resultados encontrados são demonstrados na figura 5.19, comparando a abordagem tradicional com a utilização de AG e *snakes*.

FIGURA 5.19 - RESULTADOS OBTIDOS NO EXPERIMENTO 3; (A) O CONTORNO INICIAL, (B) O RESULTADO UTILIZANDO O MÉTODO TRADICIONAL E (C) O RESULTADO UTILIZANDO O AG E *SNAKES*



6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O principal objetivo deste trabalho foi a investigação do método de contornos ativos, conhecido como *snakes*, em conjunto com a técnica de AG, na identificação de tumores cerebrais em imagens de MRI. Os experimentos realizados ao longo do estudo comprovaram a eficiência da abordagem adotada. A otimização por meio de AG tornou a *snake* menos sensível à sua localização inicial. Com isso, a convergência para o objeto de interesse ocorreu de maneira preeminente.

Resultados semelhantes aos obtidos com a abordagem descrita neste trabalho podem ser alcançados com base na utilização de algoritmos genéticos apenas. Entretanto, este processo certamente demandaria um tempo significativamente maior. Além disso, as operações genéticas necessitariam um processo distinto para prover um refinamento maior nas alterações dos cromossomos, o qual é provido, na abordagem descrita aqui, pelo algoritmo tradicional de *snakes*.

Um segundo objetivo foi de verificar a percepção da não-convexidade da *snake* no reconhecimento dos diferentes formatos de tumores existentes. De maneira geral, o resultado obtido nas experimentações pode ser considerado satisfatório. Entretanto, em alguns casos a identificação foi dificultada em razão da complexidade da imagem contendo o tumor. Hemorragias ocorridas nas extremidades do tumor podem elevar esta complexidade. Esse problema pode ser verificado nos resultados obtidos no experimento nº2, em que se verifica um reconhecimento parcial da fronteira do tumor.

A característica de não-convexidade é o fator preponderante na dificuldade apresentada pelo modelo tradicional no reconhecimento de saliências. Contudo, este fator pode ser amenizado pelo emprego da técnica GVF na tarefa de deformação do contorno obtido pelo AG. Em Dumitras [Dumitras 01] o método GVF foi

eficientemente empregado na distinção de figuras com as características acima relatadas, desde que iniciados próximos às estruturas de interesse.

Em todas as experimentações executas foi possível a obtenção de uma solução adequada com o uso do AG, embora, em alguns casos, tenham sido necessários mais do que uma execução. Essa característica é devida à escolha aleatória da população inicial. Mesmo servindo-se das melhorias propostas na literatura para o AG, não é descartada a possibilidade da população representar de maneira ineficaz o espaço de busca e as operações genéticas não conseguirem resolver esse problema durante as sucessivas gerações. Existem vários artifícios que podem reparar essas complicações. Entre elas, podem-se citar técnicas ou restrições que auxiliem no aumento da diversidade da população inicial. O incremento da população pode contribuir, porém, com o risco de perda de desempenho, como relatado no capítulo 5.

Uma solução simples é automatizar o processo para uma nova execução do AG, caso a execução corrente falhe. Isso pode ser feito alterando os estágios descritos no capítulo 5 para a aplicação do AG no contexto de identificação de tumores cerebrais da seguinte maneira:

- a) execução do AG, a partir da região de interesse, obtendo as melhores soluções para o problema da localização do contorno inicial;
- b) as soluções do AG são aplicadas na definição do contorno inicial para a *snake*;
- c) a *snake* é executada realizando as deformações até atingir o equilíbrio junto à estrutura de interesse. O ponto de equilíbrio é atingido quando a *snake* não consegue evoluir após iterações consecutivas;
- d) o contorno que obtiver o equilíbrio no menor número de iterações é escolhido. Caso o número de iterações ultrapasse um limite empiricamente estipulado, o contorno é automaticamente rejeitado;

- e) se todos os contornos forem rejeitados, a execução retorna ao primeiro estágio.

O estabelecimento de um limite de iterações pode ser influenciado pelos parâmetros que governam a *snake* (α , β , γ e κ). Contudo, de acordo com os conhecimentos adquiridos pelos testes executados, um possível valor para este termo é 200.

Embora a implementação do protótipo tenha feito uso de curvas paramétricas cúbicas, especificamente curvas Bézier, para a criação dos contornos iniciais, optou-se pela sua não utilização no processo de deformação da *snake*, não obstante as conhecidas vantagens em relação ao cálculo variacional com diferenças finitas.

Para uma correta avaliação da energia no modelo genético, é necessário um número razoável de pontos. No protótipo trabalhou-se com um mínimo de 65 pontos. Por outro lado, a vantagem da utilização das chamadas *b-snakes*, baseadas em curvas paramétricas cúbicas, reside no controle local da curva e no menor número de pontos na representação do contorno. A diferença entre os pontos amostrados para o cálculo da energia e os pontos efetivos na deformação dificultou o controle da condução da curva. Sendo assim, optou-se pela solução mais simples, baseada em diferenças finitas, entretanto, não descartando a possibilidade de novos estudos em futuras implementações.

Em relação ao estudo das técnicas envolvidas na segmentação de tumores cerebrais, este trabalho oferece algumas contribuições. A segmentação de fatias 2D pode não agregar valor prático ao processo manual comumente estabelecido nas tarefas de diagnóstico. Entretanto, do ponto de vista computacional, esta análise se faz necessária para a composição de um modelo tridimensional, cuja contribuição é de extrema importância no exercício da clínica médica atualmente. A extensão desse trabalho para um modelo volumétrico pode ser exercida de duas maneiras distintas:

- a) a segmentação de todas as fatias separadamente e a posterior conexão entre elas;
- b) o emprego da técnica de superfícies deformáveis, a qual expande a método *snakes* ao modelo 3D.

Em ambos os casos o AG pode contribuir para otimização do processo por meio de sua execução a partir do contorno definido na etapa anterior.

Como observação final, os trabalhos futuros serão direcionados na incorporação da visualização volumétrica e na investigação de técnicas que reduzam o problema de não-convexidade do modelo proposto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Amini 90] AMINI, A. A., WEYMOUTH, T. e JAIN, R. C., Using Dynamic Programming for Solving Variational Problems in Vision, IEEE TRANSACTIONS ON PATTERN ANALYSIS AND MACHINE INTELLIGENCE, 12(9), 855-867, 1990.
- [Andre 01] ANDRE, J., SIARRY, P. e DOGNON, T., An Improvement of the Standard Genetic Algorithm Fighting Premature Convergence in Continuous Optimization, Advances in Engineering Software, 32, 49-60, 2001.
- [Ballerini 99] BALLERINI, L., Genetic Snakes for Medical Images Segmentation, Proc 1st European Workshop on Evolutionary Computation in Image Analysis and Signal Processing, Goteborg, Sweden, 1999.
- [Bezier 74] BÉZIER, P., Mathematical and Practical Possibilities of UNISURF, In R. Barnhill and R. Riesenfeld, editors, Computer Aided Geometric Design, Academic Press, 1974.
- [Bresnick 84] BRESNICK, G. H., CONDIT, R., SYRJALA, S., PALTA, M., GROO, A. e KORTH, K., Abnormalities of the Foveal Avascular Zone in Diabetic Retinopathy, Arch. Ophthalmol., 102, 1286-1293, 1984.
- [Brigger 98] BRIGGER, P. e UNSER, M., Multi-Scale B-Spline Snakes for General Contour Detection, Wavelet Applications in Signal Image Processing VI, Proc. of SPIE, 3458, 1998.
- [Brigger 00] BRIGGER, P., HOEG, J. e UNSER, M., B-Spline Snakes: A Flexible Tool for Parametric Contour Detection, IEEE Transactions on Image Processing, 9(9), 2000.
- [Butkov 88] BUTKOV, E., Física Matemática, Ed. Guanabara, 1988.

- [Caselles 92] CASELLES, V., CATTE, F., COLL, T. e DIBOS, F., A Geometric Model for Active Contours in Image Processing, Technical Report 9210, CEREMADE, 1992.
- [Cohen 91] COHEN, L. D., On Active Contour Models and Balloons, CVGIP: Image Understand., 53, 211-218,1991.
- [Cohen 93] COHEN, L. D. e COHEN, I., Finite Element Methods for Active Contour Models and Balloons for 2D and 3D Images, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 15, 1131-1147,1993.
- [De Jong 75] DE JONG, K. A., An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptative Systems, PhD thesis, University of Michigan, 1975.
- [Dometerco 02] DOMETERCO, J. H., Uma Plataforma para Visualização Tridimensional de Regiões de Ativação Cerebral por Imagens de Ressonância Magnética Funcional, Departamento de Informática, Universidade Federal do Paraná, 2002.
- [Dumitras 01] DUMITRAS, A. e VENETSANOPOULOS, A. N., A Comparative Study of Snake Models with Application to Object Shape Description in Bi-Level and Gray-Level Images, IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing, 2001.
- [Fan 02] FAN, Y., JIANG, T. e EVANS, D. J., Volumetric Segmentation of Brain Images Using Parallel Genetic Algorithms, IEEE Transactions on Medical Imaging, 21(8), 2002.
- [Farin 93] FARIN, G. E., Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design: A Practical Guide, Academic Press, 1993.
- [Flickner 94] FLICKNER, M., SAWHNEY, H., PRYOR, D. e LOTSPIECH, J., Intelligent Interactive Image Outlining Using Spline Snakes, In 28th Asimolar Conf. Signals, Systems, Computers, 1, 731-735, 1994.

- [Foley 91] FOLEY, J. D., VAN DAM, A., FEINER, S. K. e HUGHES, J. F., Computer Graphics: Principles and Practice, Addison Wesley, 1991.
- [Fischler 73] FISCHLER, M. e ELSHLAGER, R., The Representation and Matching of Pictorial Structures, IEEE Trans. on Computers, 22(1), 67–92, 1973.
- [Freitas 02] FREITAS, C., Uma Arquitetura Baseada em Padrões Abertos para Visualização Científica via Internet aplicada à Medicina, Dissertação de Mestrado, Departamento de Informática, Universidade Federal do Paraná, 2002.
- [Giraldi 00] GIRALDI, G. A., STRAUSS, E. e OLIVEIRA, A. F., A Boundary Extraction Method Based on Dual-T-Snakes and Dynamic Programming, In Proc. of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'2000), 2000.
- [Giraldi 01] GIRALDI, G. A., HERRERA, W., VASCONCELOS, N., STRAUSS, E. e OLIVEIRA, A. F., Dual and Topologically Adaptable Snakes and Initialization of Deformable Models, International Conference on Imaging Science, Systems, and Technology (CISST'2001), Nevada, USA, 2001.
- [Goldberg 89] GOLDBERG, D. E., Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, 1989.
- [Gonzalez 00] GONZALEZ, R. C. e WOODS, R. E., Processamento de imagens digitais, Tradução: Roberto M. C. Junior, Luciano da F. Costa. São Paulo: E. Blücher, 2000.
- [Gunn 97] GUNN, S. R. e NIXON, M. S., A Robust Snake Implementation; A Dual Active Contour, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 19(1), 63-68, 1997.

- [Haupt 00] HAUPT, R. L., Optimum Population Size and Mutation Rate for a Simple Real Genetic Algorithm that Optimizes Array Factors, In: IEEE - Antennas and Propagation Society - International Symposium, 2, 1034–1037, Salt Lake City, USA, 2000.
- [Ho 02] HO, S., BULLITT, E. e GERIG, G., Level Set Evolution with Region Competition: Automatic 3-D Segmentation of Brain Tumors, Proc. 16th Int. Conf. on Pattern Recognition ICPR 2002, IEEE Computer Society, 532-535, 2002.
- [Holland 75] HOLLAND, J. H., Adaptation in Natural and Artificial Systems, Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975.
- [Hollstien 71] HOLLSTIEN, R. B., Artificial Genetic Adaptation in Computer Control Systems, PhD thesis, University of Michigan, 1971.
- [Ivins 94a] IVINS, J. e PORRILL, J., Statistical Snakes: Active Region Models, Fifth British Machine Vision Conference, 2, 377-386, 1994.
- [Ivins 94b] IVINS, J. e PORRILL, J., Active Region Models For Segmenting Medical Images, IEEE First International Conference On Image Processing, 2, 227-231, 1994.
- [Ivins 96] IVINS, J., Statistical Snakes: Active Region Models, PhD thesis, University of Sheffield, 1996.
- [Java2D 03] SUN MICROSYSTEMS INC, Java 2D API, disponível em <http://java.sun.com/products/java-media/2D/>, acesso em junho 2003.
- [Java3D 03] SUN MICROSYSTEMS INC, Java 3D API, disponível em <http://java.sun.com/products/java-media/3D/>, acesso em junho 2003.

- [Jensen 00] JENSEN, F. K., Surface Modeling of the Cerebral Vasculature, Department of Medical Informatics, Institute of Electronic Systems, Allborg University, 2000.
- [Joy 99] JOY, K. I., Definition of a B-Spline Curve, On-Line Geometric Modeling Notes, Visualization and Graphics Research Group, Department of Computer Science, University of California, 1999.
- [Kang 99] KANG, D. J., A Fast and Stable Snake Algorithm for Medical Images, Pattern Recognition Letters, 20(5), 507-512, 1999.
- [Kass 88] KASS, M., WITKIN, A. e TERZOPOULOS, D., Snakes: Active Contour Models, International Journal of Computer Vision, 1(4), 321-331, 1988.
- [Kaus 99] KAUS, M., WARFIELD, S. K., JOLESZ, F. A. e KIKINIS, R., Adaptative Template Moderated Brain Tumor Segmentation in MRI, Surgical Planning Laboratory, Department of Radiology, Brigham & Women's Hospital, Harvard Medical School, 1999.
- [Lam 94] LAM, K. M. e YAN, H., Fast Greedy Algorithm for Active Contours, Electronic Letters, 30(1), 21-23, 1994.
- [Law 01] LAW, A. K. W., ZHU, H., LAM, F. K. e CHAN, F. H. Y., Tumor Boundary Extraction in Multislice MR Brain Images using Region and Contour Deformation, Department of Electrical and Electronic Engineering, The University of Hong Kong, 2001.
- [Malladi 95] MALLADI, R., SETHIAN, J. e VEMURI, B., Shape Modeling with Front Propagation: A Level Set Approach, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell, 17(2), 158-175, 1995.
- [Marr 80] MARR, D. e HILDRETH, E., A Theory of Edge Detection, Proc. Roy. Soc. (LONDON), B207, 187-217, 1980.

- [Matlab 03] THE MATHWORKS INC, MATLAB, disponível em <http://www.mathworks.com>, acesso em junho 2003.
- [McInerney 95] MCINERNEY, T. e TERZOPOULOS, D., Topologically Adaptable Snakes, Proc. Fifth International Conf. on Computer Vision (ICCV'95), Cambridge, MA, 840-845, 1995.
- [McInerney 96] MCINERNEY, T. e TERZOPOULOS, D., Deformable Models in Medical Images Analysis: A survey, Medical Image Analysis, 1(2), 91-108, 1996.
- [McInerney 97] MCINERNEY, T. e TERZOPOULOS, D., Medical Image Segmentation Using Topologically Adaptable Surfaces, Proc. First Joint Conference of Computer Vision, Virtual Reality, and Robotics in Medicine and Medical Robotics and Computer Assisted Surgery (CVRMed-MRCAS'97), Grenoble, France, 1997.
- [McInerney 00] MCINERNEY, T. e TERZOPOULOS, D., T-Snakes: Topology Adaptive Snakes, Medical Image Analysis, 4, 73-91, 2000.
- [Menet 90] MENET, S., SAINT-MARC, P. e MEDIONI, G., B-Snakes: Implementation and Application to Stereo, In Image Understanding Workshop, 720-726, 1990.
- [Mitchell 97] MITCHELL, T. M., Machine Learning, 1997.
- [Montagnat 00] MONTAGNAT, J., DELINGETTE, H., SCAPEL, N. e AYACHE, N., Representation, Shape, Topology and Evolution of Deformable Surfaces, Application to 3D Medical Image Segmentation, Technical Report 3954, INRIA, 2000.
- [Moon 02a] MOON, N., BULLITT, E., VAN LEEMPUT, K. e GERIG, G., Model-Based Brain and Tumor Segmentation, Proc. 16th Int. Conf. on Pattern Recognition ICPR 2002, IEEE Computer Society, 528-531, 2002.

- [Moon 02b] MOON, N., BULLITT, E., VAN LEEMPUT, K. e GERIG, G., Automatic Brain and Tumor Segmentation, Proc. Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention MICCAI 2002, Springer LNCS 2488, 2002.
- [Oliveira 99] OLIVEIRA JUNIOR, P. P. M., Exames Virtuais Utilizando um Algoritmo de Ray Casting Acelerado, Dissertação de Mestrado, Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1999.
- [Paiva 99] PAIVA, A. C., SEIXAS, R. B. e GATTASS, M., Introdução à Visualização Volumétrica, Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1999.
- [Prado 98] PRADO, G. L. M., Fundamentos de Ressonância Magnética, Department of Radiology, Hirosaki University Hospital, Hirosaki University School of Medicine, 1998.
- [Ranganath 95] RANGANATH, S., Contour Extraction from Cardiac MRI Studies Using Snakes, IEEE Transactions on Medical Imaging, 14(2), 1995.
- [Rueckert 96] RUECKERT, D. e BURGER, P., A Multiscale Approach to Contour Fitting for MR Images, Conference on Medical Imaging: Image Processing, 2710, 289-300, 1996.
- [Stammberger 98] STAMMBERGER, T., RUDERT, S., MICHAELIS, M., REISER, M. e ENGLMEIER, K. H., Segmentation of MR Images with B-spline Snakes, A Multi-Resolution Approach Using the Distance Transformation for Model Forces, Bildverarbeitung für die Medizin, 1998.
- [Terzopoulos 86] TERZOPOULOS, D., On Matching Deformables Models to Images, Technical Report 60, Schlumberger Palo Alto Research Reprinted in Topical Meeting on Machine Vision, Technical Digest Series, 12, 160-167, 1987.

- [Terzopoulos 88a] TERZOPOULOS, D. e FLEISCHER, K., Deformable Models, The Visual Computer, 4(6), 306-331, 1988.
- [Terzopoulos 88b] TERZOPOULOS, D., WITIKIN, A. e KASS, M., Constraints on Deformable Models: Recovering 3D Shape and Nonrigid Motion, Artificial Intelligence, 36(1), 91-123, 1988.
- [Vasconcelos 01] VASCONCELOS, J. A., RAMIREZ, J. A., TAKAHASHI, R. H. C. e SALDANHA, R. R., Improvements in Genetic Algorithms, IEEE - Transactions on Magnetics, 37, 5, 3414-3417, 2001.
- [Xu 97] XU, C. e PRINCE J. L., Gradient Vector Flow: A New External Force for Snakes, IEEE Proc. Conference on Computer Vision Pattern Recognition, 66-71, 1997.
- [Xu 98] XU, C. e PRINCE, J. L., Snakes, Shapes and Gradient Vector Flow, IEEE Transactions on Image Processing, 7(3), 359-369, 1998.
- [Xu 99] XU, C., PHAM, D. L., RETTMANN, M. E., YU, D. N. e PRINCE, J. L., Reconstruction of The Human Cerebral Cortex From Magnetic Resonance Images, IEEE Trans. Med. Imag., 18, 467-480, 1999.
- [Xu 01] XU, C., YEZZI, A. Jr. e PRINCE, J. L., A Summary of Geometric Level-Set Analogues for a General Class of Parametric Active Contour and Surface Models, in Proc. of 2001 IEEE Workshop on Variational and Level Set Methods in Computer Vision, 104-111, 2001.
- [Yezzi 97] YEZZI, A., Jr, KICHENASSAMY, S., KUMAR, A. OLVER, P. e TANNENBAUM, A., A Geometric Snake Model for Segmentation of Medical Imagery, IEEE-Transactions on Medical Imaging, 16(2), 199-209, 1997.

- [Wang 99] WANG, Y., TEOH, E. K. e SHEN, D., Lane Detection Using B-Snake, School of Electrical and Electronic Engineering, Nanyang Technological University, 1999.
- [Weib 01] WEIB, H., Genetic Algorithms and Optimum Robot Design, 2001.
- [Widrow 73] WIDROW, B., The Rubber Mask Technique, part I. Pattern Recognition, 5(3), 175–211, 1973.
- [Williams 92] WILLIAMS, D. J. e SHAH, M., A Fast Algorithm for Active Contours and Curvature Estimation, CVGIP: Image Understanding, 55(1), 14-26, 1992.